SISTEM PENDUKUNG KEPUTUSAN MAHASISWA BERPRESTASI MENGGUNAKAN METODE TOPSIS

Sri Rahmawati Fitriatien

Universitas PGRI Adi Buana Surabaya (Fakultas Keguruan dan Ilmu Pendidikan, Program Studi Pendidikan Matematika)
rahmawatien.srf@unipasby.ac.id

Abstrak: Multikriteria sistem pendukung keputusan memiliki konsep alternatif terbaik dalam proses pengambilan keputusan, salah satunya menggunakan *technique for order preference by similarity to ideal solution method*. Metode ini dikenal dengan metode TOPSIS yang mengambil alternatif solusi terbaik dengan memperhatikan jarak terdekat dari solusi positif dan jarak terjauh dari solusi negatif. Tujuan dari penerapan metode TOPSIS pada penelitian ini adalah untuk menetukan rekomendasi mahasiswa berprestasi di lingkungan program studi pendidikan matematika Universitas PGRI Adi Buana Surabaya sebagai calon penerima beasiswa. Kriteria mahasiswa berprestasi sebagai calon penerima beasiswa dilihat dari tingkatan semester yang sedang diampu, nilai indeks prestasi kumulatif, keaktifan mahasiswa dalam mengikuti kegiatan UKM, serta penghasilan orang tua. Metode TOPSIS mampu memberikan alternatif terbaik bagi mahasiswa berprestasi berdasarkan kriteria-kriteria yang telah ditentukan, sehingga dapat direkomendasikan sebagai mahasiswa calon penerima beasiswa pada tingkatan semester berikutnya. Hasil dari penerapan metode TOPSIS ini dapat menghasilkan output berupa perangkingan dari mahasiswa berprestasi sebagai calon penerima beasiswa, baik calon penerima beasiswa jenis PPA maupun calon penerima beasiswa BBM yang memiliki nilai preferensi tertinggi diantara alternatif lainnya yaitu $>0{,}8$.

Kata kunci: Sistem Pengambilan Keputusan, Topsis, Mahasiswa Berprestasi

PENDAHULUAN

Sumber kerumitan masalah terkait pengambilan keputusan diakibatkan oleh faktor ketidakpastian atau ketidaksempurnaan informasi dari data yang sedang diolah. Selain itu, faktor penghambat ketepatan pengambilan keputusan yaitu hal-hal yang mempengaruhi terhadap pilihan-pilihan yang ada. Dari beragamnya alternatif pilihan yang ada menyebabkan beragam pula nilai bobot dari masing-masing kriteria. Hal ini merupakan hal mendasar yang menjadikan proses pengambilan keputusan memiliki penyelesaian yang semakin kompleks dalam penentuan alternatif pilihan terbaik. Metode pemecahan masalah terkait multikriteria telah banyak digunakan di berbagai bidang, dengan melalui proses atau tahapan awal yaitu menetapkan tujuan pengambilan keputusan yang akan diambil, kriteria pengambilan keputusan yang menjadi tolak ukur dari alternatif pilihan yang dijadikan dasar pengambilan keputusan oleh pembuat keputusan. Salah satu metode yang digunakan untuk mengatasi permasalahan multikriteria yaitu *technique for order preference by similarity to ideal solution method* yang lebih dikenal sebagai metode TOPSIS. Metode TOPSIS untuk pertama kalinya diperkenalkan oleh Yoon dan Hwang pada tahun 1981 untuk digunakan sebagai salah satu metode dalam memecahkan masalah multikriteria (Sachdeva, 2009). Sedangkan Wang dan Chang (2006) menjelaskan bahwa pengambilan keputusan merupakan proses memilih suatu pilihan dengan berbagai alternatif berdasarkan metode yang efisien sesuai dengan situasi yang dihadapi.

Metode TOPSIS banyak digunakan untuk menyelesaikan pengambilan keputusan secara praktis. Hal ini disebabkan karena metode TOPSIS memiliki konsep yang sederhana dan mudah dipahami, dengan komputasi yang efisien, dan memiliki kemampuan mengukur kinerja relatif dari alternatif-alternatif keputusan dalam bentuk matematis yang sederhana. Secara umum, proses metode TOPSIS mengikuti langkah-langkah sebagai berikut (Kusumadewi, 2006) mengikuti langkah-langkah sebagai berikut (Kusumadewi, 2006) :

1. Membuat matriks keputusan yang ternormalisasi.
2. Membuat matriks keputusan terbobot yang ternormalisasi.
3. Menentukan matriks solusi ideal positif dan matriks solusi ideal negatif.
4. Menentukan jarak antara nilai setiap alternatif dengan matriks solusi ideal positif dan negatif.
5. Menentukan nilai preferensi untuk setiap alternatif.

Berdasarkan sudut pandangan geometris dengan menggunakan jarak Euclidean, metode pengambilan keputusan dengan TOPSIS selalu memperhitungkan alternatif jarak terkecil dari solusi ideal positif dan jarak terbesar dari solusi ideal negatif. Akan tetapi, alternatif yang memiliki jarak terkecil dari solusi ideal positif, tidak harus memiliki jarak terbesar dari solusi ideal negatif. Oleh karena itu, metode TOPSIS selalu mempertimbangkan kedua hal tersebut yang dapat sejalan secara bersamaan (Sachdeva, 2009).

Solusi optimal yang diperoleh pada metode TOPSIS yaitu dilihat dari kedekatan relatif dari suatu alternatif terhadap solusi ideal positif. Metode TOPSIS mampu merangking alternatif pilihan tersebut berdasarkan nilai kedekatan relatif suatu alternatif terhadap solusi ideal positif. Alternatif-alternatif tersebut, akan dijadikan sebagai referensi bagi pengambil keputusan untuk memilih solusi terbaik yang akan dipilih (Kusumadewi, 2006).

Metode TOPSIS memiliki banyak aplikasi termasuk pengambilan keputusan di bidang pendidikan. Universitas PGRI Adi Buana Surabaya, merupakan salah satu LPTK yang memberikan beasiswa kepada mahasiswa berprestasi di lingkungan Universitas PGRI Adi Buana Surabaya. Peneliti sebagai salah satu dosen di program studi pendidikan matematika di lingkungan Universitas PGRI Adi Buana Surabaya, menerapkan metode TOPSIS guna mendapatkan mahasiswa berprestasi yang akan diajukan oleh ketua program studi pendidikan matematika kepada biro kemahasiswaan sebagai calon penerima beasiswa di semester berikutnya. Jenis beasiswa yang tersedia antara lain adalah beasiswa PPA (Peningkatan Prestasi Akademik) dan beasiswa BBM (Bantuan Belajar Mahasiswa). Beasiswa PPA diperuntukkkan kepada mahasiswa berprestasi sedangkan beasiswa BBM diperuntukkan kepada mahasiswa kurang mampu tetapi memiliki kemampuan akademik yang cukup baik.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan data mahasiswa untuk tahun anggaran pemberian beasiswa tahun 2017 dari Universitas PGRI Adi Buana Surabaya. Jenis beasiswa yang diberikan kepada mahasiswa adalah jenis beasiswa PPA dan BBM. Data yang digunakan peneliti untuk penelitian ini adalah seluruh mahasiswa angkatan 2014 program studi pendidikan matematika. Seluruh mahasiswa angkatan 2014 diasumsikan sebagai pendaftar calon penerima beasiswa yang memiliki isian data lengkap untuk kriteria pengambilan keputusan.

A. *Langkah-langkah Metode TOPSIS*

Berikut adalah langkah-langkah dari metode TOPSIS (Yoon dan Hwang, 1981):

1. Membangun Sebuah Matriks Keputusan

   Matriks keputusan X mengacu terhadap m alternatif yangakan dievaluasi berdasarkan n kriteria. Matriks keputusan X dapat dilihat sebagai berikut :

$$X=\begin{bmatrix} x_{11} & x_{21} & x_{31} & \cdots & \cdots & x_{n1} \\ x_{12} & x_{22} & x_{32} & \vdots & \vdots & x_{n2} \\ x_{13} & x_{23} & x_{33} & \vdots & \vdots & x_{n3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{m1} & x_{m2} & x_{m2} & \cdots & \cdots & x_{mn} \end{bmatrix}$$

   Dengan :

   x_{ij} adalah performansi alternatif ai dengan acuan atribut xj

   a_i (i=1,2,3,...,m) adalah alternatif-alternatif yang mungkin

   x_j (j=1,2,3,...,n) adalah atribut performansi alternatif diukur

2. Membuat Matrik Keputusan yang Ternormalisasi

   Persamaan yang digunakan untuk mentransformasikan setiap elemen x_{ij} adalah

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i-1}^{m} x_{ij}^2}}$$

Dengan :

i=1,2,3,...,m

j=1,2,3,...,n

r_{ij} adalah elemen dari matriks keputusan yang ternormalisasi R

x_{ij} adalah elemen dari matriks keputusan X

3. Membuat Matriks Keputusan yang Ternormalisasi Terbobot

Dengan bobot w_j = $(w_1, w_2, w_3, \ldots, w_n)$ dimana w_j adalah bobot dari kriteria ke-j dan $\sum_{i-1}^{n} w_j = 1$, maka normalisasi bobot matriks V adalah

$v_{ij} = w_j r_{ij}$

Dengan

$i = 1, 2, 3, \ldots, m$

$j = 1, 2, 3, \ldots, n$

v_{ij} adalah elemen dari matriks keputusan yang ternormalisasi terbobot V

w_j adalah bobot kriteria $ke-j$

r_{ij} adalah elemen dari matriks keputusan yang ternormalisasi R

4. Menentukan Matriks Solusi Ideal Positif dan Solusi Ideal Negatif

Solusi ideal positif dinotasikan A^+,sedangkan solusi ideal negatif dinotasikan A^-. Berikut ini adalah persamaan dari A^+ dan A^-:

a. $A^+ = \{(max v_{ij} \,|j \in J)(\min v_{ij} \,|j \in J^{'}\}, i = 1,2,3, \ldots, m\}$

$A^+ = v_1^-, v_2^- v_3^-, \ldots, v_n^-$

b. $A^- = \{(max v_{ij} \,|j \in J)(\min v_{ij} \,|j \in J^{'}\}, i = 1,2,3, \ldots, m\}$

$A^- = v_1^-, v_2^- v_3^-, \ldots, v_n^-$

Dengan

$J = \{j$
$= 1, 2, 3, \ldots, n \; dan \; J$ merupakan himpunan kriteria keuntungan (benefit criteria) }

$J^{'} = \{j = 1, 2, 3, \ldots, n \; dan \; J^{'}$ merupakan himpunan kriteria biaya (cost criteria)}

v_{ij} adalah elemen dari matriks keputusan yang ternormalisasi terbobot V

vj^+ (j=1,2,3,...,n) adalah elemen matriks solusi ideal positif

vj^-(j=1,2,3,...,n) adalah elemen matriks solusi ideal negative

5. Menghitung Separasi

a. S^+ adalah jarak alternatif dari solusi ideal positif didefinisikan sebagai

$s_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} |(v_{ij} - v_j^+)^2}$ dengan $i = 1, 2, 3, \dots, m$

b. S^- adalah jarak alternatif dari solusi ideal negatif didefinisikan sebagai

$s_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} |(v_{ij} - v_j^-)^2}$ dengan $i = 1, 2, 3, \dots, m$

dengan:

s_i^+ adalah jarak alternatif ke-I dari solusi ideal positif

s_i^- adalah jarak alternatif ke-I dari solusi ideal negatif

v_{ij} adalah elemen dari matriks keputusan yang ternormalisasi terbobot V

vj^+ (j=1,2,3,...,n) adalah elemen matriks solusi ideal positif

vj^-(j=1,2,3,...,n) adalah elemen matriks solusi ideal negatif

6. Menghitung Kedekatan terhadap Solusi Ideal Positif

Kedekatan relatif dari setiap alternatif terhadap solusi ideal positif dapat dihitung dengan menggunakan persamaan berikut :

$$c_i^+ = \frac{s_i^-}{(s_i^- + s_i^+)}, 0 \leq c_i^+ \leq 1$$

Dengan :

i=1,2,3,...,m

c_i^+ adalah kedekatan relatif dari alternatif ke-I terhadap solusi ideal positif

s_i^+ adalah jarak alternatif ke-I dari solusi ideal positif

s_i^- adalah jarak alternatif ke-I dari solusi ideal negatif

7. Merangking Alternatif

Alternatif diurutkan dari nilai C^+ terbesar ke nila terkecil. Alternatif dengan C^+ terbesar merupakan solusi terbaik.

B. *Konsep Beasiswa untuk mahasiswa*

Universitas PGRI Adi Buana Surabaya (sering disingkat UNIPA Surabaya) adalah sebuah perguruan tinggi swasta nasional di Surabaya, Jawa Timur, Indonesia.

UNIPA Surabaya juga memberikan bantuan keuangan yang diberikan kepada mahasiswa demi keberlangsungan pendidikan yang ditempuh.

Beasiswa dapat diartikan sebagai bentuk penghargaan yang diberikan kepada individu agar dapat melanjutkan pendidikan ke jenjang yang lebih tinggi (http://id.wikipedia.org/wiki/beasiswa). Penghargaan yang diberikan oleh UNIPA Surabaya sebagai LPTK berupa bantuan keuangan. Beasiswa yang terdapat di Universitas PGRI Adi Buana Surabaya antara lain adalah sebagai berikut :

a. Beasiswa Peningkatan Prestasi Akademik (PPA)
   Beasiswa jenis ini adalah beasiswa yang diberikan untuk peningkatan pemerataan dan kesempatan belajar bagi mahasiswa yang mengalami kesulitan membayar biaya pendidikan, terutama bagi mahasiswa yang memiliki prestasi akademik. Adapun salah satu tujuan jenis ini adalah mendorong untuk meningkatkan prestasi akademin sehingga memacu peningkatan kualitas pendidikan.
b. Beasiswa Bantuan Belajar Mahasiswa (BBM)
   Beasiswa jenis ini merupakan beasiswa berupa bantuan yang diberikan kepada mahasiswa yang mengalami kesulitan membayar biaya pendidikannya. Sama dengan PPA, tujuan dari pemberian beasiswa jenis BBM ini membantu meringankan beban orang tua dari kalangan ekonomi lemah.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Berdasarkan perhitungan menggunakan metode TOPSIS untuk seleksi penerimaan beasiswa dalam penelitian ini menggunakan data mahasiswa angkatan 2014 yang mendaftar sebagai calon penerima beasiswa sebagai alternatif keputusan. Sampel pendaftar calon penerima beasiswa beserta kriteria dapat dilihat pada Tabel 1 dan Tabel 2, dengan data bobot kriteria adalaha {3, 2, 1}.

Tabel 1. Data Pendaftar Beasiswa PPA diberikannya beasiswa

Alternatif	**Kriteria**		
	Semester	**IPK**	**Penghasilan (Rp)**
1	5	3,64	900.000
2	5	3,63	600.000
3	5	3,96	2.500.000
4	5	3,97	3.000.000
5	5	3,75	1.800.000
6	5	3,84	2.200.000
7	5	3,04	2.350.000
...	....	....	....

....	...	...	...
177	5	3,87	1.800.000

Tabel 2. Data Pendaftar Beasiswa BBM

Alternatif	**Kriteria**		
	Semester	**IPK**	**Penghasilan (Rp)**
1	5	2,73	750.000
2	5	2,92	900.000
3	5	3,15	900.000
4	5	3,00	600.000
Alternatif	**Kriteria**		
	Semester	**IPK**	**Penghasilan (Rp)**
5	5	3,24	650.000
6	5	3,26	450.000
7	5	3,63	700.000
...	...	...	...
...	...	...	...
177	5	2,67	500.000

Nilai di atas selanjutnya akan dikonversikan berdasarkan skor data masing-masing kemudian akan dilakukan proses perhitungan sesuai dengan tahapan metode TOPSIS. Tabel 3 dan Tabel 4 menyajikan 10 mahasiswa yang direkomendasikan sebagai calon penerima beasiswa PPA dan beasiswa BBM. Rekomendasi ini diberikan oleh ketua program studi pendidikan matematika kepada biro kemahasiswa Universitas PGRI Adi Buana Surabaya. Alasan peneliti hanya mengambil 10 mahasiswa sebagai rekomendasi calon penerima beasiswa baik jenis PPA maupun jenis beasiswa BBM, dikarenakan setiap program studi memiliki kuota sebanyak 10 mahasiswa dari setiap program studi.

Tabel 3. Urutan Prioritas sebagai Rekomendasi Penerima Beasiswa PPA

Ranking	**Pendaftar** $\boldsymbol{ke-i}$	$\boldsymbol{Vi}$	**NIM**	**Nama**

1	123	0,8276	145500xxx	SRR
2	26	0,7853	1455000xx	DY
3	84	0,7853	1455000xx	NH
4	136	0,7853	145500xxx	SKR
5	19	0,7380	1455000xx	ERN
6	78	0,7380	1455000xx	DNS
7	59	0,6743	1455000xx	DDS
8	99	0,6743	1455000xx	AIT
9	146	0,6568	145500xxx	RDA
10	34	0,6568	1455000xx	AF

Tabel 4. Urutan Prioritas sebagai Rekomendasi Penerima Beasiswa BBM

Ranking	**Pendaftar $ke-i$**	V_i	**NIM**	**Nama**
1	87	0,8101	1455000xx	VDI
2	56	0,7973	1455000xx	DNF
3	44	0,7687	1455000xx	KN
4	49	0,7433	145500xxx	FGL
5	12	0,7433	1455000xx	AD
6	83	0,7433	1455000xx	RA
7	69	0,7430	1455000xx	RN
8	36	0,7430	1455000xx	DUWR
9	27	0,7430	1455000xx	YMF
10	24	0,7385	1455000xx	PW

Berdasarkan Tabel 3, menunjukkan bahwa pendaftar ke-123, ke-26, ke-84, ke-136, ke-19, ke-78, ke-59, ke-99, ke-146, dan ke-34 memiliki nilai preferensi tertinggi diantara alternatif lainnya yaitu lebih dari 0,8. Hal ini menunjukkan bahwa nomer pendaftar calon penerima beasiswa PPA di atas merupakan pendaftar yang memiliki derajat tinggi untuk terpilih sebagai calon penerima beasiswa PPA.

Sedangkan berdasarkan Tabel 4, pendaftar ke-87, ke-56, ke-44, ke-49, ke-12, ke-83, ke-69, ke-36, ke-27, dan ke-24 memiliki nilai preferensi tertinggi diantara alternatif lainnya yaitu lebih dari 0,8. Hal ini menunjukkan bahwa nomer pendaftar calon penerima beasiswa BBM di atas merupakan pendaftar yang memiliki derajat tinggi untuk terpilih sebagai calon penerima beasiswa BBM.

SIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil penelitian diperoleh kesimpulan bahwa metode TOPSIS mampu menghasilkan output berupa perangkingan dari mahasiswa berprestasi yang mendaftarkan diri sebagai calon penerima beasiswa, baik jenis beasiswa PPA maupun beasiswa BBM. Metode TOPSIS dapat membantu ketua program studi (dalam hal ini pengambil keputusan) untuk menentukan mahasiswa yang direkomendasikan sebagai penerima beasiswa jenis PPA dan beasiswa jenis BBM. Dari hal ini, mahasiswa yang memiliki ranking 10 besar dapat dikategorikan sebagai mahasiswa berprestasi. Dengan metode pengambilan keputusan, mahasiswa berprestasi sebagai penerima beasiswa untuk mahasiswa program studi pendidikan matematika di lingkungan Universitas PGRI Adi Buana Surabaya layak dijadikan sebagai penerima beasiswa karena memiliki nilai preferensi tertinggi diantara mahasiswa berprestasi yang lain.

DAFTAR PUSTAKA

http://id.wikipedia.org/wiki/beasiswa

Kusumadewi, S. (2006). *Fuzzy Multi-Attribute Decision Making* (*FUZZY MADM*). Yogyakarta, Graha Ilmu.

Sachdeva, A., Kumar, D., Kumar, P. (2009), "Multi-Factor Mode Critically Analysis Using TOPSIS", *International Journal of Industrial Engineering,* Vol. 5, No. 8 pp 1-9.

Wang, T. C., Chang, T.H. (2006). "Application of TOPSIS in Evaluation Intial Training Aircraft Under A Fuzzy Environment", *Expert System with Application 33*, 870-880.

Yoon, K. Dan Hwang, C.L. (1981). *Multi Attribute Decision Making*: *Methods and Applications*. New York, Springer Verla

Prosiding Seminar Matematika dan Pendidikan Matematika *ISBN: 978-602-6122-20-9*
hal 1009-1024 November 2016 *http://jurnal.fkip.uns.ac.id*

MODEL STAR (1,1) DENGAN PENAKSIRAN PARAMETER MENGGUNAKAN METODE KUADRAT TERKECIL

Kankan Parmikanti[1], Khafsah[2] Joebaedi, Iin Irianingsih[3]
Departemen Matematika FMIPA Universitas Padjadjaran
parmikanti@unpad.ac.id

Abstrak: Banyak model dalam masalah time series yang bertujuan untuk menggambarkan hubungan data antar waktu. Model paling sederhana adalah model *autoregresi* yang disingkat dengan AR. Lebih khusus, model AR(1) adalah model yang menggambarkan hubungan bahwa pengamatan sekarang hanya dipengaruhi oleh pengamatan satu waktu sebelumnya pada satu lokasi. Pada makalah ini akan dibahas tentang model STAR yang merupakan pengembangan dari model AR, di mana pengamatan dilakukan tidak hanya di satu lokasi, melainkan di beberapa lokasi yang berbeda. Model STAR adalah model yang menggambarkan bahwa pengamatan waktu sekarang di lokasi tertentu selain dipengaruhi oleh pengamatan satu waktu sebelumnya di lokasitersebut, juga dipengaruhi oleh pengamatan di lokasi lain di sekitarnya yang berada dalam satu kelompok penelitian. Untukkesederhanaanmodel, kajiandifokuskan pada lagsatu(satu waktu sebelumnya) dan lagspasialsatu(satu kelompok penelitian) yang dinotasikan denganSTAR(1,1).Metode yang akan digunakan untuk memperoleh nilai penaksir parameter dari model tersebut adalah metode Kuadrat Terkecil.

Kata kunci: Autoregresi, Metode Kuadrat Terkecil, STAR, *Time Series*

PENDAHULUAN

Secara teoritis terdapat banyak model yang bisa digunakan untuk mengolah data hasil observasi dari waktu ke waktu, yaitu yang berkaitan dengan deret waktu (time series). Deret waktu stasioner adalah proses stokastik berupa barisan variabel acak yang diberi urutan waktu. Data yang diobservasi/diamati dan berkaitan dengan waktu dinamakan data deret waktu atau *time series*. Beberapa contoh data deret waktu adalah produksi perkebunan teh, debit air sungai, dan curah hujan, dimana data berupa angka-angka yang menunjukkan kuantitas produksi/debit air hasil pengamatan dari waktu ke waktu, misalnya setiap minggu, bulan atau tahun. Data ini dapat diolah menjadi suatu model yang bertujuan untuk memprediksi kejadian di masa yang akan datang tanpa harus melakukan observasi lagi. Model yang paling sederhana adalah model yang disebut dengan model *Auto Regresi* orde1 atau disingkat dengan AR(1),yaitu model yang menujukkan bahwa pengamatan periode sekarang akan tergantung pada pengamatan satu periode sebelumnya. Karena kesederhanaannya, model ini lebih dikenaldan lebih sering digunakan hingga saat ini.

Apabila sumber yang diamati lebih dari satu lokasi, maka model AR ini dapat dikembangkan menjadi model multivariat *Vektor Auto Regresi* atau disingkat dengan

VAR dan model *Space Time Auto Regresi* atau *STAR,* di mana pengamatan periode sekarang di suatu lokasi, tidak saja dipengaruhi oleh pengamatan satu periode sebelumnya di lokasi tersebut, tapi juga dipengaruhi oleh pengamatan di lokasi lain disekitarnya. (Borovkov dkk, 2002).

Dengan demikian penerapan model deret waktu merupakan masalah yang menarik untuk dikaji, baik secara teori maupun aplikasi. Dalam makalah ini akan dikaji bagaimana cara membuat model STAR(1,1), yaitu mode STAR dengan lag waktu 1 (satu periode sebelumnya) dan lagspasial 1 (satu kelompok penelitian) di beberapa lokasi.

METODE PENELITIAN

Dalam bagian ini, penulis akan menguraikan beberapa konsep dasar yang perlu dan akan digunakan pada pembahasan-pembahasan yang berkaitan dengan deret waktu. Uraian akan dimulai dengan apa yang disebut dengan peubah acak, mean dan variansi, deret waktu itu sendiri. Penaksiran parameter model STAR dapat dilakukan dengan menggunakan metode kuadrat terkecil yaitu dengan cara meminimumkan jumlah kuadrat simpangannya]

A. *Time Series*

Ada dua jenis model peramalan yang utama, yaitu model regresi dan model deret waktu (*time series*). Jika dalam model regresi peramalan masa depan tidak harus didasarkan pada masa lalu, misalnya hubungan antara tinggi badan dan berat badan ideal, maka dalam model deret waktu peramalan masa depan dilakukan berdasarkan nilai masa lalu.

B. *Model AutoregresiOrde-p:* AR(p)

Salah satu bentuk representasi untuk menuliskan sebuah proses $Z(t)$ yang sering digunakan dalam analisis time series adalah bentuk representasi yang disebut dengan representasi autoregresi (AR), di mana nilai Z pada waktu t dinyatakan sebagai kombinasi linear dari nilai-nilai Z pada waktu sebelumnya ditambah sebuah factor kesalahan.

Model tersebut adalah

$$Z(t) = \phi_1 Z(t\text{-}1) + \phi_2\ Z(t\text{-}2) + \phi_3\ Z(t\text{-}3) + \ ...\ + \phi_p\ Z(t\text{-}p) + \boldsymbol{e}(t) \qquad (1)$$

yang ekuivalendengan

$$(1 - \phi_1 \mathrm{B} - \phi_2 \mathrm{B}^2 - \cdots - \phi_p \mathrm{B}^p)\ Z_t = \boldsymbol{e}(t)$$

atau

$\phi_p(\mathrm{B})\ Z_t = \boldsymbol{e}(t)$,

dimana

$\phi_p(\mathrm{B}) = 1 - \sum_{j=1}^{p} \phi_j B^j$, dan $1 + \sum_{j=1}^{p} |\phi_j| < \infty$.

Untuk autoregresi orde pertama yaitu AR(1), model (1) dapat ditulis menjadi

$Z(t) = \phi_1 Z(t\text{-}1) + \boldsymbol{e}(t)$

atau

$(1 - \phi_1\mathrm{B})\ Z_t = \boldsymbol{e}(t)$.

Untuk kestasioneran, akar dari $1 - \phi_1\mathrm{B} = 0$ harus terletak di luar lingkaran satuan, artinya bahwa apabila $|\phi_1| < 1$ maka proses sudah dikatakan stasioner.

C. *Model Vektor Autoregresi Orde-p:* VAR(*p*)

Dalam banyak kesempatan, data time series sering kali merupakan hasil observasi dari beberap alokasi yang berbeda, misalnya *N* lokasi. Dalam hal ini model yang cocok digunakan bukan lagi AR, tetapi model Vektor Auto Regresi yang disingkat VAR dengan *N* buah variabel (multivariat). Model VAR berorde *p* ditulis VAR(*p*) artinya ketergantungan terhadap *p* waktu sebelumnya.

Bentuk umum dari model time series VAR(1) untuk *N* = 2 adalah

$$\begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t-1) \\ z_2(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \end{bmatrix}$$

Dimana $t = 1, 2, \ldots, T$. Untuk $T = 3$ didefinisikan

$$Z_{((Nx(T-1))x1)} = Z_{((2x2)x1)} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} z_1(2) \\ z_2(2) \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} z_1(3) \\ z_2(3) \end{pmatrix} \end{bmatrix}; Z_{((Nx(T-1))x1)}(1) = Z_{((2x2)x1)}(1) = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} z_1(1) \\ z_2(1) \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} z_1(2) \\ z_2(2) \end{pmatrix} \end{bmatrix}$$

Dengan demikian model VAR(1) untuk $N = 2$ dan $T = 3$ menjadi

$$\begin{bmatrix} \begin{pmatrix} z_1(2) \\ z_2(2) \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} z_1(3) \\ z_2(3) \end{pmatrix} \end{bmatrix}_{(4x1)} = \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{pmatrix} \end{bmatrix}_{(4x4)} \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} z_1(1) \\ z_2(1) \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} z_1(2) \\ z_2(2) \end{pmatrix} \end{bmatrix}_{(4x1)} + \begin{bmatrix} \begin{pmatrix} e_1(2) \\ e_2(2) \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} e_1(3) \\ e_2(3) \end{pmatrix} \end{bmatrix}_{(4x1)}$$

atau

$$Z_{(4x1)} = \Phi_{(4\text{x}4)} Z(1)_{(4x1)} + E_{(4x1)} \quad .$$

Seperti halnya model AR(1) di atas, model VAR(1) ini juga dapat dinyatakan dalam bentuk persamaan

$$(1 - \Phi\text{B})\, Z = \boldsymbol{e}(t)$$

Dan suatu proses VAR(1) dikatakan stasioner apabila akar-akar B dari $\left|\text{I} - \Phi B\right| = 0$ terletak di luar lingkaran satuan. (Wei,1994).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Model STAR.dapat digunakan untuk memodelkan masalah-masalah dalam berbagai bidang ilmu. Misalnya Kyriakidis dan Journel (1999) telah menggunakannya dalam bidang geologi, Epperson (2000) menggunakan model STAR pada masalah genetika berdasarkan waktu dan lokasi, Giacomini dan Granger (2004) memanfaatkan Model STAR secara luas di bidang ekonomi, serta Kamarianakis dan Prastacos (2005) menggunakan model ini untuk menyelesaikan masalah transportasi.(Suhartono dan Dhoriva Urwatul Wutsqa, 2007). Model ini juga merupakan bentuk khusus dari model VAR, yaitu model multivariat di mana didalamnya didefinisikan suatu matriks bobot.

Sebelum membahas tentang model STAR, berikut diuraikan terlebih dahulu tentang matriks bobot.

A. Matriks Bobot

Matriks bobot merupakan matriks bujur sangkar yang memiliki entri-entri berupa bobot lokasi yang bersesuaian. Bobot untuk entri matriks pada model STAR biasanya ditentukan dengan memperhatikan sifat-sifat fisik atau karakteristik misalnya luas wilayah, kepadatan penduduk, batas antara dua lokasi, jarak antar lokasi, atau saran atransportasi, dimana setiap bobot tersebut tidak tergantung pada waktu (Ruchjana, 2002). Asumsi untuk kajian bobot ini adalah bahwa bobot suatu lokasi terhadap dirinya sendiria dalah nol.

Sifat-sifat bobot w_{ij} dinyatakan dengan persamaan berikut ini:

(i) $w_{ij} > 0$

(ii) $w_{ij} \neq 0$, jika lokasi ke *i* dan lokasi ke *j* berada dalam lag spasial 1

(iii) $w_{ij} = 0$,jika lokasi ke *i* dan lokasi ke *j* tidak berada dalam lag spasial 1

(iv) $\sum_{j=1}^{N} w_{ij} = 1$, untuk setiap lokasi *i*

(v) $\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} w_{ij} = N$, dengan *N* menyatakan banyaknya lokasi.

Selanjutnya bobot w_{ij} pada lag spasial 1 dinyatakan oleh **W** berupa matriks bujursangkar *N*×*N* sebagai berikut:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & \cdots & w_{1N} \\ w_{21} & 0 & \cdots & w_{2N} \\ \vdots & & & \vdots \\ w_{N1} & w_{N2} & \cdots & 0 \end{bmatrix}.$$

Dalam hal karakteristik atau sifat-sifat fisik dari lokasi observasi bersifat sama atau homogen, maka matriks bobot lokasipun bisa diasumsikan seragam. (Hesti, 2014).

B. *Model STAR*(1;1)

Jika pada model AR(1) pengamatan sekarang hanya dipengaruhi oleh pengamatan sebelumnya pada satu lokasi, seperti tersaji dalam (1), maka pada model STARpengamatan waktu sekarang di lokasi tertentu selain dipengaruhi oleh pengamatan satu waktu sebelumnya di lokasitersebut, juga dipengaruhi oleh pengamatan di lokasi lain di sekitarnya yang berada dalam satu kelompok penelitian. Untuk kesederhanaan model, kajian difokuskan pada lag waktu 1 (satu periode sebelumnya) dan lag spasial 1 (satu kelompok penelitian) untuk model STAR(1,1) di beberapa lokasi.

ModelSTAR(1,1) dinyatakan:

$\mathbf{z}(t) = \phi_{01}\mathbf{z}(t-1) + \phi_{11}\mathrm{W}\mathbf{z}(t-1) + \boldsymbol{e}(t)$ (2)

dengan

$\mathbf{z}(t)$: vektor pengamatan (p×1) dari *p* lokasi pada waktu *t*.

W : matriks bobot (*p*x*p*) pada lagspasial 1.

t : waktu pengamatan (t=1, 2, 3, 4, . . . ,n).

ϕ_{01}: parameter model pada lag spasial 0 dan lag waktu 1.

ϕ_{11} : parameter model pada lag spasial 1 dan lag waktu 1.

Dan vektor *error*: $\boldsymbol{e}(t) \overset{iid}{\sim} \mathrm{N}(\mathbf{0},\sigma^2\mathbf{I}_N)$.

Iid = independent identically distributied

Persamaan model STAR(1,1) untuk3lokasi dapat disajikan dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \end{bmatrix} = \phi_{01} \begin{bmatrix} z_1(t-1) \\ z_2(t-1) \\ z_3(t-1) \end{bmatrix} + \phi_{11} \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & w_{13} \\ w_{21} & 0 & w_{23} \\ w_{31} & w_{32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t-1) \\ z_2(t-1) \\ z_3(t-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \end{bmatrix}. \quad \text{...(3)}$$

Secara umum persamaan (3) di atas dapat ditulis sebagai:

$$z(t) = [z(t-1) \quad W\, z(t-1)] \begin{bmatrix} \phi_{01} \\ \phi_{11} \end{bmatrix} + e(t)$$

atau dalam bentuk persamaan linear, model STAR(1,1) dapat disajikan seperti berikut:

$$\begin{cases} z_1(t) = \phi_{01} z_1(t-1) + \phi_{11} w_{12} z_2(t-1) + \phi_{11} w_{13} z_3(t-1) + e_1(t) \\ z_2(t) = \phi_{01} z_2(t-1) + \phi_{11} w_{21} z_1(t-1) + \phi_{11} w_{23} z_3(t-1) + e_2(t) \\ z_3(t) = \phi_{01} z_3(t-1) + \phi_{11} w_{31} z_1(t-1) + \phi_{11} w_{32} z_2(t-1) + e_3(t). \end{cases} \quad \text{...(4)}$$

Dengan demikian langkah berikutnya adalah menaksir parameter ϕ_{01} dan ϕ_{11} dari model tersebut.

C. Menaksir Parameter Model STAR(1;1)

Model STAR(1,1) pada (4) dapat dituliskan sebagai

$$\begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1(t-1) & w_{12} z_2(t-1) + w_{13} z_3(t-1) \\ z_2(t-1) & w_{21} z_1(t-1) + w_{23} z_3(t-1) \\ z_3(t-1) & w_{31} z_1(t-1) + w_{32} z_2(t-1) \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \phi_{01} \\ \phi_{11} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ e_3(t) \end{bmatrix}.$$

Dengan demikian, penaksiran parameter pada model STAR(1;1) dapat dilakukan dengan menggunakan Metode Kuadrat Terkecil (MKT), karena model STAR(1;1) di atas dapat dinyatakan sebagai model linear:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{e}(t), \quad \boldsymbol{e}(t) \overset{iid}{\sim} \mathrm{N}(\mathbf{0}, \sigma^2)$$

di mana

$$\mathbf{Y} = \mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \end{bmatrix},$$

$$X = [z(t-1) \quad W\, z(t-1)] = \begin{bmatrix} z_1(t-1) & w_{12} z_2(t-1) + w_{13} z_3(t-1) \\ z_2(t-1) & w_{21} z_1(t-1) + w_{23} z_3(t-1) \\ z_3(t-1) & w_{31} z_1(t-1) + w_{32} z_2(t-1) \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \phi_{01} \\ \phi_{11} \end{bmatrix}.$$

Dengan metode kuadrat terkecil, yaitu dengan meminimumkan kuadrat eror, maka diperoleh rumus penaksir parameter

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \phi_{01} \\ \phi_{11} \end{bmatrix} = (X^T . X)^{-1} X^T Y \qquad ...$$

SIMPULAN DAN SARAN

Sebagai simpulan dari makalah ini adalah bahwa model STAR merupakan pengembangan dari model AR dan merupakan bentuk khusus dari model VAR, di mana dalam model STAR disertakan matriks bobot yang mempresentasikan sifat-sifat fisik atau karakteristik lokasi tempat dilakukannya observasi.

Adapun saran yang kami sampaikan adalah untuk mengembangkan lagi masalah model time series menjadi GSTAR, yaitu model STAR yang digeneralisasi

DAFTAR PUSTAKA

Borovkova, S.A, Lopuhaa, H.P, dan Ruchjana, B.N(2002), Generalized, STAR Model with Experimental Weights, In M. Staionopolousand G.Toulomi (Eds), Proceeding of the 17th International Workshop on Statistical Modelling, Chania, hal 139-147.

Hesti Anita Retnaningsih, (2014), Pemodelan *Generalized Space Time Autoregrssive Integrated dengan Differncing* Musiman pada Data Nonstasioner, Jurusan Matematika Universitas Brawijaya.

Ruchjana, B. N. (2002). The Stationary of The Space Time Autoregressive Model. *Majalah Ilmiah Himpunan Matematika Indonesia* (MIHMI), Vol. 8 No. 2, ISSN: 0854-1380, hal. 151-159.

Ruchjana, B. N, (2002). Suatu Model Generalisasi SpaceTime Autoregresi (GSTAR) Orde1 dan Aplikasinya pada Data Produksi Minyak Bumi. Disertasi Program S3 Matematika ITB. Indah Dipublikasikan. Bandung; ITB. CATATAN : MASUK PROSIDING.

Suhartono dan Dhoriva Urwatul Wutsqa, (2007), Perbandingan Model VAR dan STAR pada Peramalan Produksi Teh di Jawa Barat.

Wei, W.W.S., (1989), *Time Series Analysis and Multivariate Methods,* Addison Wesley Publishing, Company, Inc. New York.