

PROFIL BERPIKIR VISUAL LEVEL PEMROSESAN PEMBAYANGAN MENTAL MAHASISWA CALON GURU MATEMATIKA DALAM MEMAHAMI DEFINISI FORMAL BARISAN KONVERGEN

Darmadi

IKIP PGRI Madiun
darmadi7868482@yahoo.com

Abstrak: Inti berpikir visual adalah pemrosesan pembayangan mental. Makalah ini membahas level pemrosesan pembayangan mental mahasiswa calon guru matematika dalam memahami definisi formal barisan konvergen. Pelevelan tersebut diperoleh berdasarkan hasil penelitian deskriptif-eksploratif dengan pendekatan kualitatif. Untuk mendapatkan kedalaman data, dipilih dua subjek mahasiswa program studi pendidikan matematika FP MIPA IKIP PGRI Madiun. Untuk mengumpulkan data, digunakan metode wawancara berbasis tugas dengan format semi-terstruktur. Untuk memvalidasi data, digunakan triangulasi waktu. Reduksi, kategorisasi, sintesisasi, dan penarikan kesimpulan digunakan untuk menganalisis data. Hasil penelitian menunjukkan bahwa terdapat tiga level pemrosesan pembayangan mental, yaitu: sangat sederhana, sederhana, dan tidak sederhana.

Kata kunci: Level Pemrosesan, Pembayangan Mental, Memahami, Definisi Formal Barisan Konvergen

PENDAHULUAN

Barisan bilangan real adalah salah satu materi pada analisis real. Analisis real adalah suatu mata kuliah yang wajib ditempuh oleh mahasiswa calon guru matematika. Beberapa ahli mengkategorikan analisis real dalam matematika formal. Sehingga, beberapa ahli menyebut definisi-definisi pada analisis real sebagai definisi formal.

Suatu definisi sering diidentikkan dengan konsep. Menurut Solso, Maclin & Maclin (2007:275), konsep adalah ide-ide abstrak yang merepresentasikan kategori-kategori informasi atau unit-unit pengetahuan. Menurut Sternberg (2008:258), konsep adalah sebuah ide atau pemikiran atau gagasan tentang sesuatu. Dalam kamus besar bahasa Indonesia, definisi diartikan sebagai batasan. Definisi merupakan suatu pernyataan yang membatasi konsep.

Beberapa konsep definisi dapat digambarkan sehingga muncul istilah konsep image. Tall (1988:2) mengatakan bahwa istilah konsep image digunakan untuk mendeskripsikan semua struktur kognitif yang berkenaan dengan konsep, yang meliputi semua gambaran mental dengan sifat-sifat dan proses-prosesnya. Poincaré (dalam Tall:1988) mengatakan bahwa bagi ahli filsafat atau ilmuwan, definisi yang baik adalah definisi yang mencakup semua objek yang didefinisikan dan hanya mencakup objek-objek itu sendiri sesuai aturan

logis, namun dalam pendidikan, definisi yang baik adalah definisi yang dapat dipahami oleh siswa.

Definisi dapat dikategorikan dalam beberapa bentuk. Suharnan (2005:145-147) menjelaskan bahwa definisi formal diperoleh ketika individu mencapai taraf formal. Istilah definisi formal (*formal definition*) sering digunakan oleh Tall (1995:1; 2005b:3) untuk membedakan dengan definisi yang tidak formal.

Beberapa ahli mendefinisikan barisan konvergen. Goldberg (1976:33) mendefinisikan “*If the sequence of real numbers $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ has the limit L , we say that $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ is convergent to L* ”. Untuk memahami definisi barisan konvergen, harus memahami konsep atau definisi limit barisan. Bartle & Sherbet (1982:72) mendefinisikan barisan konvergen sebagai berikut “*Let $X = (x_n)$ be a sequence of real number. A real number x is said to be a limit of X if, for each neighborhood V of x there is a natural number $K(V)$ such that for all $n \geq K(V)$, the terms x_n belong to V* ”. Bartle & Sherbet tidak menjelaskan barisan konvergen dengan menggunakan gambar/grafik. Wasan & Prakash (hal.22) mendefinisikan barisan konvergen sebagai berikut. “*A sequence $\langle a_n \rangle$ is said to converge to $a \in \mathbf{R}$ if given $\varepsilon > 0$, there exists a positif integer m such that $n \geq m$ implies $|a_n - a| < \varepsilon$* ”. Purcell, Varberg & Rigdon (2004:30) mendefinisikan “barisan $\{a_n\}$ dikatakan konvergen menuju L , dan ditulis $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = L$, jika untuk tiap bilangan positif ε terdapat sebuah bilangan positif N yang bersesuaian, sedemikian rupa sehingga $n \geq N \Rightarrow |a_n - a| < \varepsilon$ ”. Tidak semua ahli menjelaskan barisan konvergen dengan menggunakan gambar/grafik.

Tiap ahli dapat menggunakan notasi dan simbol yang berbeda dalam mendefinisikan. Jika barisan bilangan real dinotasikan dengan $\{a_n\}_{n \geq 1}$, maka definisi formal barisan bilangan real konvergen sebagai berikut.

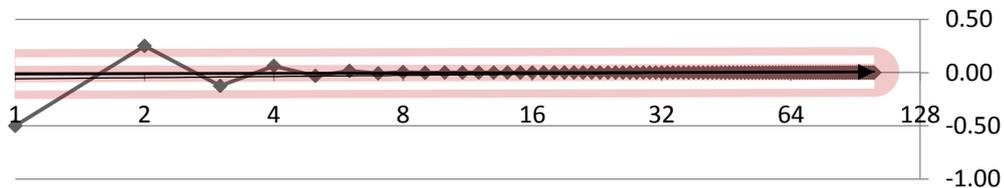
“Barisan bilangan real $\{a_n\}_{n \geq 1}$ dikatakan barisan konvergen (ke a) jika dan hanya jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $a \in \mathbf{R}$ dan $n_0(\varepsilon) \in \mathbf{N}$ sehingga untuk $n \geq n_0(\varepsilon)$ berlaku $|a_n - a| < \varepsilon$ ”

Untuk mendapatkan pemahaman yang bermakna dapat dilakukan visualisasi.

Memahami definisi formal barisan konvergen dapat menjadi suatu masalah atau kesulitan bagi beberapa individu sehingga perlu segera dicari pemecahannya. Salah satu dan yang pertama dari tujuan pelajaran matematika menurut Permendiknas No. 22 (Depdiknas, 2006) tentang standar isi, adalah: memahami konsep matematika. Selanjutnya, Jensen (2008:49) menjelaskan bahwa kesulitan yang berkepanjangan

membawa dampak negatif pada fungsi otak. Untuk memvisualisasikan definisi formal barisan konvergen, diperlukan kemampuan merepresentasikan atau menggambarkan barisan konvergen dan atribut-atribut yang ada pada definisi formal barisan konvergen.

Berikut diberikan contoh visualisasi barisan konvergen dengan $\{a_n\}_{n \geq 1} = \left\{ \left(-\frac{1}{2}\right)^n \right\}_{n \geq 1}$.



Selain dituntut mempunyai kemampuan memvisualisasikan atau menggambarkan barisannya, diperlukan juga kemampuan memvisualisasikan atribut-atribut pada definisi, yaitu: $a \in \mathbf{R}$, $\varepsilon > 0$, $n_0(\varepsilon) \in \mathbf{N}$, $n \geq n_0$, dan $|a_n - a| < \varepsilon$ sehingga diperoleh hubungan antara atribut-atribut yang ada pada definisi.

Terdapat beberapa tahap untuk memahami definisi formal barisan konvergen dengan visualisasi. Menurut Darmadi (2013b, 2013c, 2015), tahapan memahami definisi formal barisan konvergen adalah sebagai berikut.

Kegiatan	Aktivitas
Mengetahui	Memperhatikan definisi
	Merangkum atau meringkas definisi
	Mengelaborasi atau memanipulasi jika diperlukan
Membayangkan	Mengingat pembayangan mental
	Membuat pembayangan mental
	Mengumpulkan pembayangan mental
	Memilih pembayangan mental
	Membenarkan pembayangan mental
	Melengkapi pembayangan mental
	Menggunakan pembayangan mental
	Merepresentasikan pembayangan mental
Memperlihatkan gambaran definisi	Menentukan rumus sebagai contoh barisan
	Mendaftar anggota atau membuat tabel bantu
	Mengeplotkan contoh barisan
Memperlihatkan atribut definisi	Menentukan nilai a
	Menentukan nilai ε
	Menentukan nilai $n_0(\varepsilon)$
	Merepresentasikan garis $a - \varepsilon$ dan $a + \varepsilon$
	Merepresentasikan garis $n_0(\varepsilon)$

Kegiatan	Aktivitas
Menyimpulkan	Memperhatikan catatan atau pekerjaannya
	Mencocokkan dengan pengetahuan sebelumnya
	Merepresentasikan hasil

Faktor tugas, pengalaman, dan individu dapat mempengaruhi individu untuk memahami definisi formal barisan konvergen.

Memahami definisi formal barisan konvergen dengan visualisasi mengantarkan untuk berpikir visual. Indikator berpikir visual adalah berpikir dengan melibatkan pemrosesan informasi visual atau pembayangan mental. Menurut Darmadi (2015), pembayangan mental adalah representasi mental (suatu bentuk informasi dalam pikiran) yang dapat disajikan dalam bentuk gambar/grafik. Beberapa ahli atau penulis mempunyai sebutan yang berbeda untuk pembayangan mental. Suharnan (2005:110) menyebut pembayangan mental dengan gambaran mental yaitu representasi mental tentang benda-benda yang secara fisik tidak hadir atau terlihat saat itu, namun telah disimpan di dalam ingatan. Sternberg (2008:219-223) menyebut pembayangan mental sebagai pencitraan mental, informasi imaji, pengetahuan visual, pencitraan visual, imaji, atau imaji visual yaitu representasi mental mengenai hal-hal yang tidak bisa langsung dicerap oleh organ-organ indera. Schunk (2012:300) menyebut pembayangan mental sebagai pencitraan untuk persepsi. Beberapa penulis atau peneliti lain menyebut pembayangan mental sebagai gambaran mental atau mental imajery (Hartono:2008), bayangan mental, bayangan pikiran atau bayangan saja, visualisasi, imajeri, imajinasi, gambaran pikiran atau gambaran saja, dan pengetahuan visual.

Menurut Darmadi (2013b, 2013c, 2015), rangkaian aktivitas atau kegiatan berpikir visual dalam memahami definisi formal barisan konvergen adalah sebagai berikut.

Kegiatan	Aktivitas
Memunculkan pembayangan mental	Memanggil pembayangan mental yang sebenarnya sudah dimiliki atau tersimpan pada memori
	Membuat pembayangan mental karena belum mempunyai pembayangan mental yang sesuai
Menentukan pembayangan mental	Mengumpulkan pembayangan mental yang diperoleh dari kegiatan memunculkan pembayangan mental
	Memilih pembayangan mental yang telah dikumpulkan dengan karakteristik tertentu
Menyempurnakan pembayangan mental	Membenarkan pembayangan mental yang kurang benar atau masih salah

Kegiatan	Aktivitas
	Melengkapi pembayangan mental dengan informasi yang dibutuhkan
Memanfaatkan pembayangan mental	Menggunakan pembayangan mental untuk menentukan nilai atribut atau rumus barisan
	Merepresentasikan pembayangan mental untuk memperlihatkan atau menyimpan hasil pembayangan mental

Kegiatan menentukan dan menyempurnakan pembayangan mental dapat dikategorikan dalam kegiatan mengolah pembayangan mental. Pemrosesan pembayangan mental dipengaruhi oleh kebutuhan dan tujuan aktivitas. Oleh karena itu, rangkaian aktivitas atau kegiatan berpikir visual dalam memahami definisi formal barisan konvergen tidak harus selalu linear.

Model-model pemrosesan informasi yang ada belum memperhatikan tingkatan atau kedalaman pemrosesan informasi. Suharnan (2005:73) menjelaskan teori kedalaman pemrosesan informasi (*dept-of-information processing theory*), yaitu: pemrosesan informasi pada tingkat yang lebih dalam akan meningkatkan kinerja penggalian kembali informasi di dalam ingatan (*recall*) karena adanya karakteristik yang menonjol (*distinctiveness*) dan pemerincian (*elaboration*). Elaborasi melibatkan proses pemerdayaan (penambahan) makna informasi.

Model tingkatan pemrosesan informasi disebut juga level pemrosesan. Solso, Maclin & Maclin (2007:194) menjelaskan tentang level pemrosesan (*level of processing*) yang menyertakan gambaran umum bahwa informasi yang diterima indera harus menjalani serangkaian analisis yang diawali dengan analisis sensorik dangkal dan dilanjutkan oleh analisis-analisis yang semakin dalam, semakin rumit, semakin abstrak, dan semakin bersifat semantik. Pada level yang paling dini, stimuli yang datang harus menjalani analisis sensorik dan analisis fitur terlebih dulu; pada level yang lebih dalam, item tersebut dapat dikenali melalui pengenalan pola dan pemaknaan; pada level yang semakin dalam, informasi yang diperoleh dari stimulus dapat mengaktifkan asosiasi-asosiasi jangka panjang seseorang. Pemrosesan yang semakin dalam diikuti oleh analisis semantik dan kognitif yang semakin kompleks.

Pemrosesan informasi dapat dipengaruhi oleh faktor internal (pengalaman pribadi) dan faktor eksternal (tipe tugas). Suharnan (2005:75) menjelaskan dengan efek referensi diri (*self-reference effects*) yaitu proses memaksimalkan daya mengingat kembali ketika seseorang berusaha mengkaitkan informasi baru dengan pengalaman pribadi. Daya atau

kemampuan mengingat dipengaruhi oleh pengetahuan awal dan pengalaman pribadi. Schunk (2012:236) menjelaskan bahwa ingatan tidak hanya bergantung pada level pengolahan tetapi juga pada tipe tugas. Tugas dengan tingkat kesulitan rendah membutuhkan pemrosesan informasi yang lebih sederhana dari pada tugas dengan tingkat kesulitan tinggi. Umumnya, waktu yang dibutuhkan untuk memproses informasi dalam melaksanakan tugas dengan tingkat kesulitan rendah lebih sedikit daripada waktu yang dibutuhkan untuk memproses informasi dalam melaksanakan tugas dengan tingkat kesulitan tinggi.

METODE PENELITIAN

Fokus penelitian adalah untuk mendapatkan level pemrosesan pembayangan mental mahasiswa calon guru matematika dalam memahami definisi formal barisan konvergen. Hasil penelitian disajikan dalam bentuk deskripsi dengan kata-kata atau kalimat sesuai data empirik. Data empirik yang diperoleh bersifat alami apa adanya dan lebih fokus pada proses daripada hasil. Oleh karena itu, digunakan penelitian deskriptif-eksploratif dengan pendekatan kualitatif.

Untuk mendapatkan kedalaman informasi, dipilih mahasiswa program studi pendidikan matematika FP MIPA IKIP PGRI Madiun sebagai subjek penelitian dengan kriteria: 1) baru mengambil matakuliah analisis real, 2) mempunyai IPK di atas 2,75, 3) nilai kalkulus dan pengantar dasar matematika minimal B, 4) komunikatif, jujur, dan bersedia menjadi subjek penelitian.

Instrumen utama pada penelitian ini adalah peneliti sendiri. Peneliti dituntut: 1) memiliki sifat responsif, adaptif, dan holistik; 2) sadar pada konteks; dan 3) mampu segera memproses, mengklarifikasi, meringkas, menjelajahi, dan memahami jawaban. Instrumen pendukung penelitian adalah pedoman wawancara berbasis tugas. Tugas diberikan dengan menggunakan lembar tugas yang berisi definisi formal barisan konvergen dan telah divalidasi ahli.

Pengumpulan data dilakukan secara alami dengan wawancara berbasis tugas. Wawancara dilakukan secara mendalam dengan format semi-terstruktur. Format ini dipilih untuk mengetahui kejujuran dan keterbukaan subjek dalam menyampaikan informasi. Subjek yang sedang diwawancarai diberi kebebasan untuk mengikuti kecenderungan pikiran mereka sendiri termasuk dalam menentukan arah topik

perbicangan sehingga membentuk fokus pembicaraan. Semua aktivitas direkam dengan handycam untuk penyusunan transkrip data.

Hasil wawancara pada subjek adalah data-data hasil wawancara. Data-data hasil wawancara selanjutnya ditriangulasi dan divalidasi sehingga diperoleh data yang sah dan valid. Keabsahan data pada penelitian ini lebih ditekankan pada uji validitas internal atau uji kredibilitas yang diperoleh dari memperpanjang pengamatan, meningkatkan ketekunan, triangulasi, analisis kasus negatif, dan membercheck. Jika data belum valid, maka perlu dilakukan wawancara kembali dan data-data yang ada selanjutnya ditriangulasi dan divalidasi kembali.

Langkah-langkah analisis data meliputi: reduksi, kategorisasi, sintesisasi, dan penarikan kesimpulan. Kegiatan reduksi data adalah kegiatan mengidentifikasi “satuan” yaitu bagian terkecil yang ditemukan dalam data dan memiliki makna bila dikaitkan dengan fokus masalah penelitian. Sesudah satuan diperoleh, langkah selanjutnya adalah membuat “koding” yaitu memberikan kode pada setiap satuan agar tetap dapat ditelusuri sumber datanya. Kategorisasi adalah kegiatan memilah-milah setiap satuan ke dalam bagian-bagian yang memiliki kesamaan. Setiap kategorisasi diberi nama yang disebut “label”. Sintesisasi adalah kegiatan mencari kaitan antara satu kategori dengan kategori lainnya. Kaitan satu kategori dengan kategori lainnya diberi nama/label lagi. Penarikan kesimpulan dilakukan dengan merumuskan suatu pernyataan yang memberikan profil level pemrosesan pembayangan mental mahasiswa calon guru matematika dalam memahami definisi formal barisan konvergen.

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Subjek Laki-Laki

Hasil analisis data menunjukkan bahwa subjek laki-laki memahami definisi formal barisan konvergen dengan mengenali, membayangkan, memperlihatkan (memperlihatkan gambaran definisi, memperlihatkan atribut definisi), dan menyimpulkan. Untuk mengenali, subjek meringkas definisi dan menjabarkan yang bisa dijabarkan. Untuk membayangkan, subjek membuat rumus barisan umum, membuat tabel bantu, dan membuat gambaran umum. Untuk memperlihatkan gambaran definisi, subjek membuat rumus barisan khusus, tabel bantu, dan mengplotkan anggota barisan. Untuk memperlihatkan atribut definisi, subjek menentukan nilai a , menentukan nilai ε , menentukan nilai $n_0(\varepsilon)$, menggambar garis

$n_0(\varepsilon)$, dan menggambar garis ε . Untuk menyimpulkan, subjek mencocokkan dan membuat kesimpulan. Aktivitas-aktivitas yang terindikasi melibatkan pembayangan mental, yaitu: menggambarkan gambaran umum, membuat rumus barisan khusus, mengplotkan, menentukan nilai a , menggambar garis $n_0(\varepsilon)$, dan menggambar garis ε .

Untuk menggambarkan gambaran umum, diperlukan beberapa aktivitas pemrosesan pembayangan mental, yaitu: memanggil pembayangan mental barisan konvergen, membuat pembayangan mental barisan konvergen, mengumpulkan pembayangan mental barisan konvergen, memilih pembayangan mental barisan konvergen, membenarkan pembayangan mental barisan konvergen yang terpilih, dan merepresentasikan pembayangan mental barisan konvergen tersebut dalam bentuk gambaran umum. Terdapat tiga aktivitas untuk mengolah pembayangan mental yaitu: mengumpulkan pembayangan mental, memilih pembayangan mental, dan membenarkan pembayangan mental. Dengan demikian, aktivitas ini menunjukkan profil pemrosesan pembayangan mental tidak sederhana. Hal ini didukung data bahwa subjek menyadari dan mengatakan bahwa pada aktivitas ini menggunakan pembayangan mental.

Untuk membuat rumus barisan khusus, diperlukan beberapa aktivitas pemrosesan pembayangan mental, yaitu: memanggil pembayangan mental barisan konvergen, mengumpulkan gambaran-pembayangan mental barisan konvergen, memilih pembayangan mental barisan konvergen, melengkapi pembayangan mental barisan konvergen dengan informasi rumus barisannya, dan menggunakan informasi pembayangan mental barisan konvergen tersebut untuk membuat rumus barisan khusus. Terdapat tiga aktivitas untuk mengolah pembayangan mental yaitu: mengumpulkan pembayangan mental, memilih pembayangan mental, dan melengkapi pembayangan mental. Dengan demikian, aktivitas ini menunjukkan profil pemrosesan pembayangan mental tidak sederhana. Hal ini didukung data bahwa subjek menyadari dan mengatakan bahwa pada aktivitas ini menggunakan pembayangan mental.

Untuk mengplotkan, diperlukan beberapa aktivitas pemrosesan pembayangan mental, yaitu: memanggil pembayangan mental dengan mengamati gambar yang ada, membuat pembayangan mental plot barisan, merepresentasikan pembayangan mental dengan mengplotkan pada gambar lembar jawaban. Tidak terdapat aktivitas untuk mengolah pembayangan mental. Dengan demikian, aktivitas ini menunjukkan profil

pemrosesan pembayangan mental sangat sederhana. Hal ini didukung data bahwa subjek tidak menyadari atau tidak mengatakan bahwa pada aktivitas ini menggunakan pembayangan mental.

Untuk menentukan nilai a , diperlukan beberapa aktivitas pemrosesan pembayangan mental, yaitu: memanggil pembayangan mental barisan konvergen, membuat pembayangan mental plot barisan konvergen, mengumpulkan pembayangan mental plot barisan, dan menggunakan pembayangan mental tersebut untuk menentukan nilai a . Terdapat satu aktivitas untuk mengolah pembayangan mental yaitu: mengumpulkan pembayangan mental. Dengan demikian, aktivitas ini menunjukkan profil pemrosesan pembayangan mental sederhana. Hal ini didukung data bahwa subjek tidak menyadari atau tidak mengatakan bahwa pada aktivitas ini menggunakan pembayangan mental.

Untuk menggambar garis $n_0(\varepsilon)$, diperlukan beberapa aktivitas pemrosesan pembayangan mental, yaitu: memanggil pembayangan mental dengan mengamati gambar yang ada, membuat pembayangan mental garis $n_0(\varepsilon)$, dan merepresentasikan pembayangan mental tersebut dalam bentuk garis $n_0(\varepsilon)$. Tidak terdapat aktivitas untuk mengolah pembayangan mental. Dengan demikian, aktivitas ini menunjukkan profil pemrosesan pembayangan mental sangat sederhana. Hal ini didukung data bahwa subjek tidak menyadari atau tidak mengatakan bahwa pada aktivitas ini menggunakan pembayangan mental.

Untuk menggambar garis ε , diperlukan beberapa aktivitas pemrosesan pembayangan mental, yaitu: memanggil pembayangan mental dari gambar yang ada, membuat pembayangan mental garis ε , dan merepresentasikan pembayangan mental tersebut dalam bentuk gambar garis ε . Tidak terdapat aktivitas untuk mengolah pembayangan mental. Dengan demikian, aktivitas ini menunjukkan profil pemrosesan pembayangan mental sangat sederhana. Hal ini didukung data bahwa subjek tidak menyadari atau tidak mengatakan bahwa pada aktivitas ini menggunakan pembayangan mental.

Berdasarkan uraian di atas, terdapat tiga level pemrosesan pembayangan mental mahasiswa laki-laki calon guru matematika dalam memahami definisi formal barisan konvergen, yaitu: sangat sederhana, sederhana, dan tidak sederhana. Pemrosesan pembayangan mental sangat sederhana teridentifikasi pada aktivitas mengplotkan, menggambar garis $n_0(\varepsilon)$, dan menggambar garis ε . Pemrosesan pembayangan mental

sederhana teridentifikasi pada aktivitas menentukan nilai a . Pemrosesan pembayangan mental tidak sederhana teridentifikasi pada aktivitas menggambarkan gambaran umum dan membuat rumus barisan khusus. Pemrosesan pembayangan mental dikatakan sangat sederhana jika tidak perlu aktivitas untuk mengolah pembayangan mental. Pemrosesan pembayangan mental dikatakan sederhana jika perlu sedikit aktivitas untuk mengolah pembayangan mental. Pemrosesan pembayangan mental dikatakan tidak sederhana jika perlu banyak aktivitas untuk mengolah pembayangan mental.

2. Subjek Perempuan

Berdasarkan hasil analisis tujuan dan aktivitas, untuk memahami definisi formal barisan konvergen, subjek perempuan mengenali, membayangkan, memperlihatkan (memperlihatkan gambaran definisi, memperlihatkan atribut definisi), dan menyimpulkan. Untuk mengenali, subjek merangkum, menentukan kata kunci, dan menjabarkan kata kunci. Untuk membayangkan, subjek mengingat tentang konvergen dan membuat sumbu koordinat. Untuk memperlihatkan gambaran definisi, subjek menentukan contoh barisan, mendaftar anggota barisan, dan mengplot anggota barisan. Untuk memperlihatkan atribut definisi, subjek menentukan nilai ε , menentukan nilai a , menjabarkan nilai ε dan a , menggambar garis $a \pm \varepsilon$, menentukan nilai $n_0(\varepsilon)$, dan menggambar garis $n_0(\varepsilon)$. Untuk menyimpulkan, subjek membuat simpulan pertama, kedua, dan ketiga. Aktivitas-aktivitas yang terindikasi melibatkan pembayangan mental, yaitu: mengingat tentang konvergen, membuat sumbu koordinat, menentukan contoh barisan, mengplot anggota barisan, menentukan nilai ε , menentukan nilai a , menggambar garis $a \pm \varepsilon$, menentukan nilai $n_0(\varepsilon)$, dan menggambar garis $n_0(\varepsilon)$.

Untuk mengingat tentang konvergen, diperlukan beberapa aktivitas berpikir visual, yaitu: memanggil, membuat, mengumpulkan, memilih, dan mempergunakan pembayangan mental. Terdapat dua aktivitas pada kegiatan mengolah pembayangan mental yaitu: mengumpulkan dan memilih pembayangan mental. Dengan demikian, pemrosesan pembayangan mental pada aktivitas ini termasuk tidak sederhana. Hal ini didukung data bahwa subjek menyadari dan mengatakan bahwa pada aktivitas ini menggunakan pembayangan mental.

Untuk membuat sumbu koordinat, diperlukan beberapa aktivitas berpikir visual, yaitu: memanggil dan merepresentasikan pembayangan mental. Tidak ada aktivitas pada kegiatan mengolah pembayangan mental. Dengan demikian, pemrosesan

pembayangan mental pada aktivitas ini termasuk sangat sederhana. Hal ini didukung data bahwa subjek tidak menyadari atau tidak mengatakan bahwa pada aktivitas ini menggunakan pembayangan mental.

Untuk menentukan contoh barisan, diperlukan beberapa aktivitas berpikir visual, yaitu: memanggil, membuat, mengumpulkan, membenarkan, melengkapi, memilih, dan menggunakan pembayangan mental. Terdapat tiga aktivitas pada kegiatan mengolah pembayangan mental yaitu: membenarkan, melengkapi, dan memilih pembayangan mental. Dengan demikian, pemrosesan pembayangan mental pada aktivitas ini termasuk tidak sederhana. Hal ini didukung data bahwa subjek menyadari dan mengatakan bahwa pada aktivitas ini menggunakan pembayangan mental.

Untuk mengplot anggota barisan, diperlukan beberapa aktivitas berpikir visual, yaitu: memanggil, membuat, dan merepresentasikan pembayangan mental. Tidak ada aktivitas pada kegiatan mengolah pembayangan mental. Dengan demikian, pemrosesan pembayangan mental pada aktivitas ini termasuk sangat sederhana. Hal ini didukung data bahwa subjek tidak menyadari atau tidak mengatakan bahwa pada aktivitas ini menggunakan pembayangan mental.

Untuk menentukan nilai ε , diperlukan beberapa aktivitas berpikir visual, yaitu: memanggil, membuat, mengumpulkan, memilih, dan menggunakan pembayangan mental. Terdapat dua aktivitas pada kegiatan mengolah pembayangan mental yaitu: mengumpulkan dan memilih pembayangan mental. Dengan demikian, pemrosesan pembayangan mental pada aktivitas ini termasuk sederhana. Hal ini didukung data bahwa subjek tidak menyadari atau tidak mengatakan bahwa pada aktivitas ini menggunakan pembayangan mental.

Untuk menentukan nilai a , diperlukan beberapa aktivitas berpikir visual, yaitu: memanggil, membentuk, mengumpulkan, dan menggunakan pembayangan mental. Terdapat satu aktivitas pada kegiatan mengolah pembayangan mental yaitu mengumpulkan pembayangan mental. Dengan demikian, pemrosesan pembayangan mental pada aktivitas ini termasuk sederhana. Hal ini didukung data bahwa subjek menyadari dan mengatakan bahwa pada aktivitas ini menggunakan pembayangan mental.

Untuk menggambar garis $a \pm \varepsilon$, diperlukan beberapa aktivitas berpikir visual, yaitu: memanggil, membuat, dan merepresentasikan pembayangan mental. Tidak ada aktivitas pada kegiatan mengolah pembayangan mental. Dengan demikian,

pemrosesan pembayangan mental pada aktivitas ini termasuk sangat sederhana. Hal ini didukung data bahwa subjek tidak menyadari atau tidak mengatakan bahwa pada aktivitas ini menggunakan pembayangan mental.

Untuk menentukan nilai $n_0(\varepsilon)$, diperlukan beberapa aktivitas berpikir visual, yaitu: memanggil, membuat, mengumpulkan, memilih, dan menggunakan pembayangan mental. Terdapat dua aktivitas pada kegiatan mengolah pembayangan mental yaitu: mengumpulkan dan memilih pembayangan mental. Dengan demikian, pemrosesan pembayangan mental pada aktivitas ini termasuk sederhana. Hal ini didukung data bahwa subjek menyadari dan mengatakan bahwa pada aktivitas ini menggunakan pembayangan mental.

Untuk menggambar garis $n_0(\varepsilon)$, diperlukan beberapa aktivitas berpikir visual, yaitu: memanggil, membuat, dan merepresentasikan pembayangan mental. Tidak ada aktivitas pada kegiatan mengolah pembayangan mental. Dengan demikian, pemrosesan pembayangan mental pada aktivitas ini termasuk sangat sederhana. Hal ini didukung data bahwa subjek tidak menyadari atau tidak mengatakan bahwa pada aktivitas ini menggunakan pembayangan mental.

Berdasarkan uraian di atas, terdapat tiga level pemrosesan pembayangan mental mahasiswa perempuan calon guru matematika dalam memahami definisi formal barisan konvergen, yaitu: sangat sederhana, sederhana, dan tidak sederhana. Pemrosesan pembayangan mental sangat sederhana teridentifikasi pada aktivitas membuat sumbu koordinat, mengplot anggota barisan, menggambar garis $a \pm \varepsilon$, dan menggambar garis $n_0(\varepsilon)$. Pemrosesan pembayangan mental sederhana teridentifikasi pada aktivitas menentukan nilai ε , menentukan nilai a , dan menentukan nilai $n_0(\varepsilon)$. Pemrosesan pembayangan mental tidak sederhana teridentifikasi pada aktivitas mengingat tentang konvergen dan menentukan contoh barisan. Pemrosesan pembayangan mental dikatakan sangat sederhana jika tidak perlu aktivitas untuk mengolah pembayangan mental. Pemrosesan pembayangan mental dikatakan sederhana jika perlu sedikit aktivitas untuk mengolah pembayangan mental. Pemrosesan pembayangan mental dikatakan tidak sederhana jika perlu banyak aktivitas untuk mengolah pembayangan mental.

SIMPULAN DAN SARAN

Terdapat tiga level pemrosesan pembayangan mental mahasiswa calon guru matematika dalam memahami definisi formal barisan konvergen, yaitu:

1. Level sangat sederhana

Level pemrosesan pembayangan mental sangat sederhana teridentifikasi pada aktivitas membuat sumbu koordinat, mengplotkan anggota barisan, menggambar garis $a \pm \varepsilon$, dan menggambar garis $n_0(\varepsilon)$.

2. Level sederhana

Level pemrosesan pembayangan mental sederhana teridentifikasi pada aktivitas menentukan nilai ε , menentukan nilai a , dan menentukan nilai $n_0(\varepsilon)$.

3. Level tidak sederhana

Level pemrosesan pembayangan mental tidak sederhana teridentifikasi pada aktivitas mengingat tentang konvergen, menggambarkan gambaran umum, membuat rumus barisan khusus, dan menentukan contoh barisan.

Mengetahui dan memahami level pemrosesan pembayangan mental ini memberikan pengetahuan tingkat kesulitan berpikir visual sehingga memberikan gambaran waktu yang dibutuhkan untuk berpikir visual dalam pembelajaran matematika.

DAFTAR PUSTAKA

- Bartle, R G & Sherbert D R. 1982. *Introduction to Real Analysis*. University of Illinois: Urbana-Champaign, Illinois. John Wiley & Sons, Inc
- Darmadi. 2013b. "Profil Berpikir Visual Mahasiswa Laki-Laki Calon Guru Matematika Dalam Memahami Definisi Formal Pada Barisan Bilangan Real". Makalah disajikan pada Seminar Nasional UNS, Surakarta, 20 Nopember 2013
- Darmadi. 2013c. "Profil Berpikir Visual Mahasiswa Perempuan Calon Guru Matematika dalam Memahami Definisi Formal Pada Barisan Bilangan Real". Makalah disajikan pada Seminar Nasional UNS, Surakarta, 20 Nopember 2013
- Darmadi. 2015. "Profil Berpikir Visual Mahasiswa Calon Guru Matematika dalam Memahami Definisi Formal Barisan Konvergen". Disertasi. UNESA
- Depdiknas, 2006. *Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP)*. Jakarta: Departemen Pendidikan Nasional.
- Goldberg, R R. 1976. *Methods of Real Analysis*. The University of Iowa. United State of America. John Wiley & Sons, Inc
- Hartono, S. 2010. *Mental Imagery: Tinjauan dari Segi Filsafat, Ilmu-Ilmu Kognitif dan Neurologis*. Surabaya: UNESA University Press
- Jensen, E. 2008. *Brain-Based Learning: The New Science of Teaching & Training (Pembelajaran Berbasis Kemampuan Otak: Cara Baru dalam Pengajaran dan Pelatihan)*. Edisi Revisi. Terjemahan Narulita Yusron. Yogyakarta. Pustaka Pelajar

- Schunk. 2012. *Learning Theories an Edycational Perspective*. Teori-Teori Pembelajaran: Perspektif Pendidikan. Edisi keenam. Penerjemah: Eva Hamdiah, Rahmat Fajar. Yogyakarta: Pustaka Pelajar
- Solso R L, Maclin O H, Maclin M K. 2007. *Psikologi Kognitif*. 8ed. Alih Bahasa Mikael Rahardanto dan Kristianto Batuadji. Editor: Wibi Hardani. Jakarta: Penerbit Erlangga
- Sternberg R J. 2008. *Psikologi Kognitif*. Judul Asli: *Cognitif Psychology*. Penerjemah: Yudi Santoso. Penyuting: Saiful Zuhri Qudsy. Yogyakarta: Pustaka Pelajar
- Suharnan. 2005. *Psikologi Kognitif*. Surabaya: Srikandi
- Tall. 1988. "Concept Image and Concept Definition". *Senior Secondary Mathematics Education*, (ed. Jan de Lange, Michiel Doorman), OW&OC Utrecht, 37–41.
- Tall. 1995. "Cognitive Development, Representations and Proof". This paper was prepared for the *Conference on Justifying and Proving in School. Mathematics, Institute of Education*, London, December 1995, pp. 27–38.
- Tall. 2005b. "The Transition from Embodied Thought Experiment and Symbolic Manipulation to Formal Proof". This article is written for the *Delta Conference*, on Frazer Island, Australia, November 2005.
- Wasan S K & Prakash R. Ramjas College: *Real Analysis*. University of Delhi; Rajdhani College. University of Delhi. New Delhi: Tata McGraw-Hill Publising Company Limited.