PROFIL PEMBENTUKAN SKEMA SISWA SD DALAM MEMECAHKAN MASALAH YANG TERKAIT DENGAN OPERASI PENJUMLAHAN BILANGAN PECAHAN BERDASARKAN KEMAMPUAN MATEMATIKA

Sardulo Gembong

IKIP PGRI Madiun

gembongretno2@gmail.com

Abstrak: Konsep pecahan dan operasinya merupakan konsep yang sangat penting untuk dikuasai sebagai bekal untuk mempelajari bahan matematika berikutnya. Kenyataan di lapangan menunjukkan bahwa banyak siswa sekolah dasar mengalami kesulitan memahami pecahan dan operasinya, dan banyak guru menyatakan mengalami kesulitan untuk mengajarkan pecahan. Penguasaan berbagai konsep dan kemampuan mengkaitkan antar konsep dalam menyelesaikan suatu masalah dapat membentuk skema siswa. Sebuah skema untuk suatu konsep matematika merupakan kumpulan tindakan, proses, dan objek yang dihubungkan dengan beberapa prinsip untuk membentuk kerangka pikiran individu dalam menyelesaikan suatu masalah. Penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan dan menganalisis "Profil Pembentukan Skema Siswa SD dalam Memecahkan Masalah yang Terkait dengan Operasi Penjumlahan Bilangan Pecahan". Analisis pembentukan skema dilakukan secara kualitatif yang didasarkan pada kerangka kerja teori APOS (Tindakan, Proses, Objek, dan Skema). Hasil penelitian menunjukan bahwa siswa yang memiliki kemampuan matematika tinggi dan sedang pembentukan skemanya tidak mengalami kesulitan yang berarti (dapat bekerja sesuai dengan teori APOS). Namun bagi siswa yang berkemampuan rendah relatif mengalami kesulitan.

Kata kunci: Pembentukan Skema, Operasi Bilangan Pecahan, Teori APOS

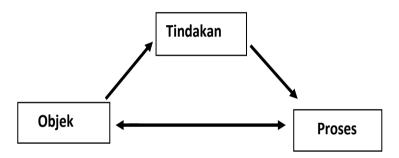
PENDAHULUAN

Dubinsky (2001) sebagai pengembang Teori APOS mendasarkan teorinya pada pandangan bahwa pengetahuan dan pemahaman matematika seseorang merupakan suatu kecendrungan seseorang untuk merespon terhadap suatu situasi matematika dan merefleksikannya pada konteks sosial. Selanjutnya individu tersebut mengkonstruksi atau merekonstruksi ide-ide matematika melalui tindakan, proses dan objek matematika, yang kemudian diorganisasikan dalam suatu skema untuk dapat dimanfaatkannya dalam menyelesaikan suatu masalah yang dihadapi. Berkaitan dengan paradigma tersebut (Astusti (2004), dalam Nurlaelah & Sumarmo 2012) mengemukakan bahwa dalam menyelesaikan suatu masalah matematika, terdapat dua hal yang harus dimiliki seseorang yaitu mengerti konsep dan memanfaatkannya ketika diperlukan.

Asiala *et al* (1997) menyatakan bahwa untuk memahami konsep matematika dimulai dengan memanipulasi konstruksi mental. Yang dimaksud *konstruksi mental* dalam konteks ini adalah terbentuknya *tindakan* (*action*), yang diinternalisasi (*interiorized*) menjadi *proses* (*process*), selanjutnya dirangkum (*encapsulated*) menjadi

objek (*object*), *objek* dapat diurai kembali (*de-encapsulated*) menjadi *proses*. *Tindakan*, *proses* dan *objek* dapat diorganisasi menjadi suatu skema (*schema*), yang selanjutnya disingkat menjadi *APOS*.

Berdasarkan pada pemikiran di atas, dalam memahami konsep matematika maka seseorang perlu memulai dengan melakukan manipulasi konstruksi mental melalui beberapa tindakan. Tindakan tersebut selanjutnya diinternalisasi atau direfleksikan dan selanjutnya diresapi untuk menjadi *proses* yang kemudian dikristalkan untuk membentuk *objek*. Objek akan diurai kembali menjadi *proses*. *Tindakan*, *proses dan objek* akan diatur menjadi suatu *skema* untuk digunakan dalam menyelesaikan suatu masalah. Siklus terbentuknya skema tersebut oleh Jonker digambarkan bergerak searah dengan jam sebagai berikut.



Gambar 1. Skema terbentuknya suatu konsep pada pikiran seseorang.

Gambar 1 di atas mencerminkan konstruksi mental yang terjadi pada setiap individu yang Belajar. Selanjutnya, Asiala *et al* (1997) menjelaskan definisi dari *tindakan, proses, objek* dan s*kema* sebagai berikut.

Tindakan adalah transformasi objek-objek yang dirasakan individu sebagai sesuatu yang diperlukan, serta instruksi tahap demi tahap bagaimana melakukan operasi. Piaget (dalam Dahar 1989) menyebutkan empat ciri suatu operasi yaitu:

1) Operasi merupakan tindakan yang terinternalisasi. Artinya, tindakan itu merupakan tindakan mental atau fisik, tanpa ada garis pemisah antara keduanya. Misalnya, bila seorang anak mengumpulkan semua kelereng kuning dan merah, tindakan itu sekaligus berupa tindakan mental dan fisik. Secara fisik ia memindahkan kelereng-kelereng, tetapi tindakanya itu dibimbing oleh hubungan "sama" dan "berbeda" yang diciptakan dalam pikirannya.

- 2) Operasi bersifat *reversibel*. Misalnya, menambah dan mengurangi merupakan operasi yang sama dengan arah berlawanan: 2 dapat ditambahkan pada 1 untuk memperoleh 3; atau 1 dapat dikurangkan pada 3 untuk memperoleh 2.
- 3) Operasi selalu tetap, walaupun selalu terjadi tranformasi atau perubahan. Dalam proses penambahan, misalnya, pasangan bilangan dapat dikelompokan dengan berbagai cara (5-1, 4-2, 3-3), tetapi jumlahnya tetap.
- 4) Tidak ada operasi yang berdiri sendiri. Suatu operasi selalu berhubungan dengan struktur atau sekumpulan operasi. Misalnya operasi penambahan dan pengurangan berhubungan dengan operasi klasifikasi, pengurutan, dan konservasi bilangan.

Prosess adalah suatu konstruksi mental yang terjadi secara internal yang diperoleh ketika seseorang sudah bisa melakukan tindakan secara berulang kali. Dalam konstruksi mental tingkat proses individu tersebut tidak terlalu banyak memerlukan stimulus dari luar karena dia merasa bahwa suatu konsep tertentu sudah berada dalam ingatannya. Pada tingkat ini dia dapat menelusuri kebalikan dan mengkomposisikan dengan proses lainnya. Objek dikonstruksi dari proses ketika individu telah mengetahui bahwa proses sebagai suatu totalitas dan menyadari bahwa transformasi dapat dilakukan pada proses tersebut. Skema untuk suatu konsep matematika tertentu adalah kumpulan tindakan, proses, dan objek atau skema yang lain (yang terbentuk lebih dulu) yang dihubungkan oleh beberapa prinsip secara umum.

Berkaitan dengan konstruksi mental yang terbentuk pada diri individu, selanjutnya Asiala *et al* (1997) menjelaskan bahwa pemahaman tentang konsep matematika merupakan hasil konstruksi atau rekonstruksi *tindakan*, *proses*, dan *objek* yang diorganisasikan dalam suatu *skema*, kemudian digunakan dalam menyelesaikan suatu persoalan (*problem solving*). Hal ini juga dipertegas oleh Jonker yang menyatakan bahwa sebuah topik matematika melibatkan banyak tindakan, dan proses, yang harus dihubungkan dan diatur dalam sebuah kerangka kerja yang koheren, yang disebut skema. Pemahaman terhadap suatu konsep biasanya terbentuk karena rekonstruksi atas suatu persoalan yang sama tapi berbeda cara penyelesaiannya. Rekonstruksi tersebut tidak benar-benar sama dengan konstruksi sebelumnya, dan mungkin memuat satu atau banyak kelebihan dengan tingkat yang lebih sulit.

Proses pembentukan skema melibatkan dua aktivitas, yaitu asimilasi dan akomodasi (Piaget). Asimilasi adalah proses mengabsorbsi pengalaman (pengetahuan) baru ke dalam skema yang sudah dimiliki. Akomodasi adalah proses mengabsorbsi pengalaman (pengetahuan) baru dengan jalan mengadakan modifikasi skema yang ada

atau bahkan membentuk pengalaman/pengetahuan yang benar-benar baru. Proses asimilasi dan akomodasi diperlukan untuk perkembangan kognitif seorang individu. Dalam perkembangan intelektual seseorang diharapkan keduanya berada dalam keadaan seimbang. Proses ini disebut ekuilibrasi (equilibration), yaitu pengaturan diri untuk mengatur keseimbangan proses asimilasi dan akomodasi (Suparno, dalam Nurdin 2012). Menurut Arifin (2011) bahwa inti dari teori Piaget yaitu jika seseorang dalam belajar (untuk mendapatkan pemahaman suatu pengetahuan) akan berusaha melakukan reekuilibrasi dengan jalan melakukan asimilasi situasi (pengetahuan) ke skema yang ada atau, jika perlu merekonstruksi skema-skema tertentu untuk mengakomodasikan situasi (pengetahuan) tersebut.

Menurut Dubinsky pembentukan skema dibangun melalui tiga tahap yaitu tindakan, proses, objek dan skema yang lain. Hal ini sejalan dengan pendapat Piaget (dalam Arifin, 2011) yang menyatakan bahwa pengetahuan tumbuh mengikuti mekanisme tertentu yang berkembang dalam tiga tahap (disebut *triad*) dimana tahap pertama dari *triad* adalah *tahap intra*, tahap kedua adalah *tahap inter* dan tahap ketiga adalah *tahap trans*.

Pada tahap intra, dikarakterisasi bahwa seorang individu tidak mengkonstruk keterkaitan antara tindakan, proses, dan obyek. Pada tahap ini individu melakukan aktivitas secara terpisah antara tindakan, proses, dan obyek. Individu tidak mengkontruksi hubungan apapun antara tindakan, proses, dan obyek. Tindakan adalah manipulasi fisik atau mental yang dapat diulang yang mentransformasikan obyek dengan suatu cara. Bila keseluruhan tindakan menempati seluruhnya dalam pikiran individu atau hanya diimajinasikan/dibayangkan (saat terjadi) tanpa individu memerlukan semua langkahlangkah khusus, maka tindakan itu telah diinteriorisasikan menjadi suatu proses. Bila proses-proses itu sendiri ditransformasikan oleh suatu tindakan maka dikatakan bahwa proses telah dienkapsulasikan menjadi kemampuan menghubungkan. Bila hal ini terjadi yaitu siswa mampu mengenkapsulasi suatu proses menjadi objek, maka perkembangan pengetahuan siswa dikatakan berada pada tahap inter. Menurut Dubinsky (dalam Fitriastika, 2014) konstruksi yang mengaitkan tindakan, proses, dan objek yang terpisah untuk suatu objek tertentu sehingga menghasilkan suatu skema disebut tematisasi. Kemampuan mentematisasi ini dalam perkembangan pengetahuan siswa dikatakan berada pada tahap trans. Karakteristik pada tahap tindakan, proses, obyek dan skema diungkapkan oleh Mulyono (2011) sebagai berikut.

a. Karakteristik pada Tahap Tindakan.

Karakteristik individu pada tahap tindakan sebagai berikut.

Hanya menerapkan rumus atau langsung menggunakan rumus yang diberikan.

Hanya menggunakan algoritma yang sudah ada.

Hanya mengikuti contoh yang sudah ada sebelumnya.

Memerlukan langkah-langkah yang rinci untuk melakukan tranformasi

Kinerja dalam tindakan berupa kegiatan prosedural

b. Karakteristik pada Tahap Proses.

Karakteristik individu pada tahap proses sebagai berikut.

- 1). Untuk melakukan tranformasi tidak perlu diarahkan dari lingkungan ekternal.
- 2). Bisa merefeksikan langkah-langkah tranformasi tanpa melakukan langkah-langkah itu secara nyata.
- Bisa menjelaskan langkah-langkah tranformasi tanpa melakukan langkah itu secara nyata.
- 4). Bisa membalik langkah-langkah tranformasi tanpa melakukan langkah-langkah itu secara nyata.
- 5). Sebuah proses dirasakan individu sebagai hal yang internal, dan dibawah kontrol individu tersebut.
- 6). Proses itu merupakan pemahaman prosedural.
- 7). Belum paham secara konseptual

c. Karakteristik pada Tahap Objek

Karakteristik pada tahap objek sebagai berikut.

- 1). Dapat melakukan tindakan-tindakan pada objek
- Dapat mendekapsulasi suatu objek kembali menjadi proses dari mana objek itu berasal atau mengurai sebuah skema yang ditematisasi menjadi berbagai komponennya.
- 3). Objek merupakan suatu pemahan konseptual.
- 4). Dapat menentukan sifat-sifat suatu konsep.

d. Karakteristik pada Tahap Skema

Karakteristik pada tahap skema sebagai berikut.

- 1). Dapat menghubungkan *tindakan, proses, dan objek* suatu konsep dengan konsep lainnya.
- 2). Dapat menghubungkan (menginterkoneksi) objek-objek dan proses-proses dengan bermacam-macam cara.

- 3). Memahami hubungan-hububgan antara tindakan, proses, objek, dan sifat-sifat lain yang telah dipahaminya.
- 4). Memahami berbagai aturan/rumus yang perlu dilibatkan/digandakan.

Berikut ini diberikan gambaran singkat analisis dekomposisi genetik sebagai operasionalisasi dari teori APOS pada konsep penjumlahan bilangan pecahan.

1. Tindakan

Tindakan adalah manipulasi fisik atau mental yang dapat diulang dalam mentransformasikan objek dengan suatu cara atau aktivitas yang mendasarkan pada beberapa algoritma secara eksplisit (Dubinsky, 2000). Kinerja pada tahap tindakan berupa aktivitas prosedural. Misalkan diajukan suatu persoalan, "Berapakah jumlah dari $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$. Tindakan siswa terhadap soal tersebut dapat dilakukan dengan cara menyamakan penyebut dari kedua bilangan itu. Misalnya $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4}$, selanjutnya $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2+1}{4} = \frac{3}{4}$. Jadi siswa melakukan kegiatan menjumlah bilangan pecahan secara aktif dengan cara menyamakan penyebut, sehingga dapat dinyatakan bahwa jumlah dari $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$ adalah $\frac{3}{4}$. Tindakan lain yang mungkin dilakukan subyek yaitu dengan cara membuat sketsa gambar sebagai berikut.



2. Interiorisasi: dari aksi ke proses.

Interiorisasi merupakan perubahan dari suatu kegiatan prosedural untuk mampu melakukan kembali kegiatan itu dalam mengimajinasikan beberapa pengertian yang berpengaruh terhadap kondisi yang dihasilkan (Dubinsky, 2000). Dengan kata lain, jika tindakan dilakukan secara berulang dan dilakukan refleksi atas tindakan itu, maka tindakan-tindakan tersebut telah diinteriorisasikan menjadi suatu proses. Misalkan, "Berapakah jumlah dari $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$?". Dalam menginteriorisasikan jumlah tersebut, siswa tidak melakukan tindakan, tetapi melakukannya dalam imajinasi dan dapat menjelaskan proses penentuan jumlah tersebut, walaupun ia masih menggunakan cara

dengan menyamakan penyebutnya. Jadi siswa dapat membayangkan jumlah dari $\frac{1}{2}$ +

 $\frac{1}{4}$ diperoleh dengan cara menyamakan penyebutnya .

3. Enkapsulasi: dari proses ke objek.

Jika suatu proses dapat ditransformasikan oleh suatu tindakan, maka dikatakan proses itu telah dienkapsulasikan menjadi objek (Dubinsky, 2000). Enkapsulasi proses menentukan jumlah bilangan pecahan diindikasikan ketika siswa mampu menunjukkan bahwa jumlah dari bilangan tersebut mempunyai sifat-sifat dan ciri tertentu. Berdasarkan ciri dari bilangan pecahan yang akan dijumlahkan, siswa dapat menentukan apakah bilangan tersebut tersebut perlu untuk disamakan penyebutnya atau tidak. Misalnya, "Berapakah $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$?". Siswa yang telah mengkapsulisasikan jumlah bilangan pecahan sebagai objek, dia dapat menjelaskan bahwa soal tersebut dapat diselesaikan dengan cara menyamakan penyebutnya, karena mempunyai ciri bahwa kedua bilangan tersebut penyebutnya berbeda, tetapi jika masing-masing bilangan tersebut penyebutnya sama, siswa dapat menjelaskan bahwa jumlah bilangan pecahan tersebut sama dengan jumlah dari masing-masing pembilangnya dibagi dengan penyebutnya.

4. Tematisasi: dari objek ke skema.

Tematisasi merupakan konstruksi yang mengkaitkan aksi, proses, dan objek yang terpisah untuk suatu objek tertentu sehingga menghasilkan suatu skema (Dubinsky, 2000). Tematisasi penjumlahan bilangan pecahan sebagai suatu skema melibatkan hubungan khusus antara penjumlahan bilangan bulat dan konsep kesamaan bilangan pecahan. Seorang siswa dikatakan telah dapat mentematisasikan penjumlahan bilangan pecahan sebagai suatu skema, jika siswa dapat menunjukkan hubungan khusus antara penjumlahan bilangan bulat dan konsep kesamaan bilangan pecahan. Misalkan diajukan pertanyaan, "Berapakah $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$?" Siswa yang telah mentematisasikan penjumlahan bilangan pecahan tersebut dapat menjelaskan bahwa penjumlahan tersebut merupakan proses untuk mencari jumlah dari dua bilangan pecahan dengan penyebut yang berbeda, dan mampu menjelaskan hubungan bilangan bulat yang dijumlahkan dengan mengkaitkannya dengan kesamaan dari suatu bilangan pecahan.

Berdasarkan uraian di atas, pembentukan skema dalam penelitian ini mengacu pada kontruksi *tindakan, proses,* dan *objek* yang dilakukan individu dalam memproses informasi untuk menyelesaikan suatu masalah. Tindakan yang dilakukan subjek pada penelitian ini akan dilihat dari tindakan yang dilakukan subjek dalam menambah atau memodifikasi skema yang telah dimiliki. Untuk melihat tindakan ini, peneliti akan menginvestigasi upaya tindakan yang dilakukan subjek dalam memahami suatu konsep yang berkaitan dengan masalah penjumlahan pecahan. Tindakan ini dapat diwujudkan dalam bentuk perilaku subjek dengan menggunakan benda kongkrit, gambar, maupun pengetahuan yang telah dimiliki subjek. Jika subjek mampu merefleksikan tindakan tersebut untuk menyelesaikan masalah, maka tindakan ini telah menjadi proses. Selanjutnya peneliti akan menginvestigasi proses tersebut apakah telah menjadi objek kognitif. Jika proses tersebut telah telah biasa dilakukan berulang kali, maka proses itu sudah menjadi objek kognitif subjek. Jika proses telah menjadi objek kognitif, dan subjek telah mampu mentematisasi objek ke skema, berarti skema baru telah terbentuk.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini adalah penelitian kualitatif. Penelitian ini akan mengeksplorasi pembentuka skema siswa SD dalam menyelesaikan masalah yang terkait dengan operasi penjumlahan bilangan pecahan berdasarkan kemampuan matematika. Pada makalah ini pembentukan skema yang akan dikonstruk pemecahan masalah yang terkait dengan operasi bilangan pecahan. Siswa diberi soal yang berkaitan dengan operasi bilangan pecahan. Berdasarkan pekerjaannya, kemudian dilakukan wawancara mendalam. Wawancara bertujuan untuk mengungkap gambaran pembentukanskema siswa dalam menyelesaikan masalah yang terkait dengan operasi bilangan pecahan. Subjek pada penelitian ini adalah siswa V SD Garon Kecamatan Kawedanan Kabupaten Magetan Tahun Pelajaran 2016-2017.

Instrumen utama dalam penelitian ini adalah peneliti sendiri. Oleh karena itu pada saat pengumpulan data di lapangan, peneliti berperan serta selama proses penelitian dan mengikuti secara aktif kegiatan subjek penelitian yang berhubungan dengan pengumpulan data melalui wawancara. Sebelum wawancara dilakukan, siswa diberi instrumen bantu berupa lembar tugas siswa yang berkaitan dengan operasi penjumlahan bilangan pecahan. Siswa diberi lembar tugas yang berisi 2 soal, yaitu (1) Setelah pesta selesai tersisa sebuah kue. Keesokan harinya Budi dan Tono memakan kue tersebut. Budi memakan setengah bagian dari kue itu, sedangkan Tono memakan sepertiganya. Berapa

bagian kue yang dimakan oleh Budi dan Tono ?, (2) Pak Ali memiliki sebidang tanah sawah yang berbentuk persegi panjang. Tanah ini akan diberikan kepada dua anaknya. Anak pertama mendapatkan seperempat bagian dari luas tanah tersebut, sedangkan anak kedua diberikan sepertiga dari luas tanah tersebut. Berapakah luas tanah yang diberikan Pak Ali kepada kedua anaknya ?.

Pengumpulan data dilakukan dengan jalan memberikan soal dalam Lembar Tugas Siswa. Hasil pekerjaan siswa digunakan sebagai data untuk melaksanaan wawancara. Untuk memperoleh gambaran tentang pembentukan skema, dilakukan langkah-langkah sebagai berikut: (1) siswa diberi tugas untuk menyelesaikan soal, (2) peneliti memeriksa hasil pekerjaan siswa, (3) peneliti memberikan pertanyaan berkaitan dengan jawaban tertulis yang diberikan oleh siswa melalui wawancara. Hasil jawaban yang tertulis dan verbal (diperoleh saat wawancara) kemudian dikaji ketetapannya atau kekonsistensinya. Apabila ada data yang tidak konsisten, dapat dilakukan wawancara kembali. Data yang diperoleh pada saat wawancara direkam menggunakan handycam.

Berdasarkan definisi dan karakteristik teori APOS yang telah di uraikan sebelumnya, maka dalam penelitian ini diturunkan indikator tahapan pembentukan skema dalam menyelesaikan masalah yang terkait dengan operasi penjumlahan bilangan pecahan sebagai berikut.

Tabel 1. Indikator Tahapan Pembentukan Skema Dalam Menjumlahkan Bilangan Pecahan

Tahapan Pembentuka n Skema	Indikator	Diskripsi indikator
1. Tindakan	1. 1 Subyek menggunakan gambar sketsa untuk menyelesaikan penjumlahan pecahan.	1.1.1 Menjumlahkan dua bilangan pecahan dengan cara membuat
	1. 2 Subyek menghitung penjumlahan pecahan dengan cara menyamakan penyebutnya (prosedural)	1.2.1 Menjumlahkan dua bilangan pecahan secara prosedural.
2. Proses	2. 1 Subyek tidak melaku-	Subyek dapat:
	kan tindakan, tetapi melakukannya dalam imajinasi dan dapat menjelaskan proses penentuan jumlah ter- sebut, walaupun ia masih menggunakan	2.1.1 Menjumlahkan tiga bilangan pecahan

Tahapan Pembentuka n Skema	Indikator	Diskripsi indikator
	cara dengan menyama- kan penyebutnya.	
3. Objek	3. 1 Subyek dapat menje- laskan ciri-ciri penju- mlahan bilangan peca- han dengan penyebut berbeda dan dapat menjelaskan cara pen- yelesainnya.	3.1.1 Mengubah sebuah bilangan pecahan menjadi jumlahan bilangan pecahan
4. Skema	4. 1 Subyek dapat meng- kaitkan tindakan, pro- ses, dan objek untuk menyelesaikan masa- lah penjumlahan bi- langan pecahan yang ditandai dengan meng- kaitkan skema yang telah dimiliki (misal FPB dan KPK) untuk menyelesaikan pen- jumlahan bilangan pe- cahan	 4.1.1 Menjumlahkan bilangan pecahan dengan menghubungkan dengan skema-skema lain atau konsep-konsep lain yang telah dimiliki misalnya KPK dan FPB 4.1.2 Membuat sketsa gambar sebuah bilangan pecahan menjadi sketsa jumlahan bilangan pecahan 4.1.3 Menjelaskan apa yang perlu dilakukan ketika menjumlahkan

HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bagian ini dipaparakan ringkasan hasil wawancara dan pekerjaan tertulis dari Subyek S1 (kategori kemampuan matematika tinggi), Subyek S2 (kategori kemampuan matematika sedang), dan Subyek S3 (kategori kemampuan matematika rendah). Ketiga Subyek tersebut dipilih dari siswa kelas V SD. Pada makalah ini hanya disajikan cuplikan kecil dari paparan data yang panjang dari hasil penelitian.

1. Tahap Tindakan (T)

- a. Menjumlahkan dua bilangan pecahan dengan cara membuat gambar (T1)
 Dari hasil wawancara dan berdasarkan pengamatan di lapangan diketahui bahwa dalam membuat sketsa gambar penjumlahan bilangan pecahan, subjek S1 dan S2 membuat sketsa gambar satu persatu. Pada hasil jumlahanya, subjek S1dan S2 tidak memberikan tanda yang berbeda dari masing-masing bilangan yang dijumlahkan. Subjek S1 dan S2 dapat melakukan tindakan T1 dengan baik. Subyek S3 belum mampu menggambar dengan sempurna.
- b. Menjumlahkan dua bilangan pecahan secara prosedural (*T2*)

Dalam menjumlahkan bilangan pecahan secara prosedural hal yang dilakukan oleh subjek S1dan S2 yaitu dengan cara menyamakan penyebutnya. Subyek S1 dan S2 dapat Menjumlahkan dengan sempurna. Dengan demikian, Subyek S1 dan S2 dapat melakukan T2 dengan sempurna. Subjek S3 mengalami kesulitan untuk menyelesaikan penjumlahan dua bilangan pecahan secara prosedural.

2. Tahap Proses (P)

Pada tahap ini subjek menjumlahkan tiga bilangan pecahan (P_1)

Dalam menjumlahkan tiga bilangan pecahan, hal yang dilakukan subjek S1 dan S2 yaitu menyamakan penyebutnya dengan mencari kelipatan terkecil dari masingmasing penyebutnya. Subjek S1 dan S2 dapat menjumlahkan tiga bilangan pecahan dengan sempurna (P_I). Subjek S3 mengalami kesulitan untuk menjumlahkan tiga bilangan pecahan.

3. Tahap Objek (O)

Pada tahap ini subjek mengubah sebuah bilangan pecahan menjadi jumlahan bilangan pecahan (O_I)

Untuk mengubah bilangan pecahan menjadi jumlahan dari bilangan-bilangan pecahan, subjek S1 mampu mengubah sebuah bilangan pecahan menjadi bilangan-bilangan lain yang jumlahnya tetap, baik penyebutnya tetap maupun penyebutnya berbeda. Subjek S2 hanya menguraikan pembilangnya menjadi bilangan-bilangan lain yang jumlahnya tetap, sedangkan penyebutnya tidak diubah. Subjek S1 dan S2 dapat melakukan O_I dengan sungguh-sungguh. Subjek S3 belum mampu menyelesaikan dengan sempurna.

4. Tahap Skema (S)

a. Menjumlahkan bilangan pecahan dengan menghubungkan dengan skema-skema lain atau konsep-konsep lain yang telah dimiliki misalnya KPK dan FPB (*S*₁)

Dalam menjumlahkan dua bilangan pecahan, menurut subjek S1 dan subjek S2 halhal yang dilakukan subjek adalah (1) jika penyebutnya sudah sama, subjek langsung menjumlahkannya, (2) jika penyebut kedua pecahan tidak sama, subjek menyamakan penyebutnya dengan cara menentukan kelipatan dari masing-masing penyebutnya, selanjutnya subjek mengubah masing-masing pecahan dengan penyebut yang baru, kemudian subjek menjumlahkannya. Dengan demikian skema lain yang dilibatkan subjek adalah menentukan kelipatan dari masing-masing penyebutnya. Berdasarkan pengamatan di lapangan skema lain yang dilibatkan subjek S1 dan subjek S2 adalah mencari KPK. Dengan demikian subjek S1 dan S2

dapt menghubungkan skema yang dia miliki. Jadi pada skema S_I , skema subjek S1 dan S2 sudah kokoh. Pada tahapan ini subjek S3 mengalami kesulitan

- b. Membuat sketsa gambar sebuah bilangan pecahan menjadi sketsa jumlahan bilangan pecahan (S_2)
 - Dalam membuat sketsa gambar sebuah bilangan pecahan menjadi sketsa jumlahan bilangan pecahan (S_2) , subjek S1 dan S2 mengubah terlebih dahulu bilangan tersebut menjadi jumlahan bilangan pecahan. Selanjutnya operasi penjumlahan tersebut dibuat sketsa gambarnya. Ini berarti subjek S1 dan S2 pada skema S_I bisa menghubungkan skema yang baru dengan Objek. Subjek S3 pada tahapan ini mengalami kesulitan
- c. Menjelaskan apa yang perlu dilakukan ketika menjumlahkan dua pecahan dan dapat menjelaskan alasan yang tepat dari tindakan tertentu (S₃)
 Subjek S1 dan subjek S2 pada skema S₃ dapat menjelaskan langkah-langkah yang harus dilakukan untuk menjumlahkan bilangan pecahan yaitu: (1) jika penyebutnya sudah sama, subjek langsung menjumlahkannya, (2) jika penyebut kedua pecahan tidak sama, subjek menyamakan penyebutnya dengan cara menentukan kelipatan dari masing-masing penyebutnya, ini berarti subjek S1 dan S2 dapat menghubungkan tindakan, proses, dan skema lain yang diperlukan yaitu KPK. Pada tahapan ini subyek S3 mengalami kesulitan.

SIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan pada teori APOS yang telah diuraikan pada hasil dan pembahasan di atas, disimpulkan bahwa pembentukan skema siswa SD dalam menyelesaikan masalah yang terkait dengan operasi penjumlahan bilangan pecahan sebagi berikut.

Siswa dengan kategori kemampuan matematika tinggi (subjek S1) dan sedang (subjek S2) dapat melakukan tindakan dan proses dengan baik. Subjek S1 dan S2 dapat menghubungkan tindakan dan proses untuk membangun objek. Kedua subjek dapat menghubungkan skema lain yang telah dia miliki yaitu KPK dengan obyek yang baru saja dibangun. Pembentukan skema subjek S1 dan S2 dalam menyelesaikan masalah yang terkait dengan operasi penjumlahan bilangan pecahan sudah lengkap. Subjek dengan kategori kemampuan matematika rendah (S3) skema yang terbentuk masih kurang lengkap. Subjek S3 mengalami kesulitan pada tahapan tindakan, proses, objek. Pembentukan skema subjek S3 kurang lengkap.

Berdasarkan simpulan di atas, peneliti menyarankan agar dalam pembelajaran operasi bilangan pecahan pada siswa SD, guru memberikan perhatian khusus bagi siswa yang berkemampuan matematika rendah.

DAFTAR PUSTAKA

- Arifin. (2011). Penerapan Teori Apos Dipadu Dengan Berpikir Enaktif, Ikonik dan Simbolik Dari Bruner Untuk Membangun Pemahaman Siswa Sekolah Dasar Tentang Konsep dan Operasi Bilangan Bulat. http://lpmpntb.org/serba serbi.php?/54/ diakses 14 Desember 2015.
- Asiala, M; Brown, A; David, J., Dubinsky,E; Mathews, D; Thomas, K. (1997). *A Framework for Reseach and Curriculum Development in Undergraduate Mathematics Education*. http://www.math.wisc.edu/~wilson/Courses/Math-903/APOS-Overview.pdf. diakses 23-Juni 2014.
- Dubinsky, E. & McDonald, M.A. (2001). APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research. In D. Holton (Ed.), *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level. An ICMI Study* (273–280). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Dubinsky, E. (2000). Using a Theory of Learning in College Mathematics Course, (Online), http://www.bham.ac.uk/ctimath/Talum 12. htm or http://www.telri ac.uk/ (diakses 11 Februari 2012).
- Fitriastika, D. (2014). *Analisis Pemahaman tentang Fungsi Kuwadrat Berdasarkan Teori APOS Pada Siswa Kelas X Jurusan Permesinan SMK Negeri 2 Salatiga*. http://repository.uksw.edu/bitstream/123456789/.../T1_202010089_BAB%_ 20II.p. Diakses 22 januari 2016.
- Jonker, L. Memory and Understanding in Mathematics Education. Quenn's University. www.mast.queensu.ca/~leo/Files/FinalRoteSent.doc. Diakses 2 Agustus 2014
- Mulyono (2011). Proses Berpikir Mahasiswa Field Independent dan Field Dependent Dalam Merekontruksi Konsep Grafik Fungsi Berorientasi Pada Teori APOS. Disertasi. Surabaya. Program Pasca Sarjana UNESA
- Nurdin, L. (2012). *Analisis Pemahaman Siswa Tntang Barisan Berdasarkan Teori Apos* (*Action, Process, Object, Scheme*). http://bagah.files.wordpress.com/2012/06/ analisis-pemahaman-siswa-tentang-barisan-berdasarkan-teori-apos.pdf. Diakses 28 Februari 2013.
- Nurlaelah, E & Sumarmo, U. (2012). Implementasi Model Pembelajaran APOSDan Modifikasi APOS Pada Mata Kuliah Struktur Aljabar. Jurusan Pendidikan Matematika FPMIPA UPI. Httpfile.upi.eduDirektori FPMIAJUR_PEND._ Matematika. Diakses 19-6-2013.