

## PEMAHAMAN INSTRUMENTAL DAN RELASIONAL MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN MASALAH TURUNAN

Sebti Mardiana<sup>1</sup>, Susiswo<sup>2</sup>, Erry Hidayanto<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Mahasiswa Pascasarjana Universitas Negeri Malang

<sup>2</sup>Dosen Pascasarjana Universitas Negeri Malang

**Abstrak:** Tujuan penelitian adalah untuk mengetahui pemahaman yang dimiliki mahasiswa dalam menyelesaikan masalah turunan berdasarkan pemahaman instrumental dan relasional. Penelitian yang dilakukan menggunakan pendekatan kualitatif. Subjek penelitian adalah dua orang mahasiswa semester dua program sarjana pendidikan matematika Universitas Negeri Malang. Data diperoleh melalui observasi, dokumentasi pekerjaan mahasiswa, *think aloud*, dan wawancara semi terstruktur. Hasil penelitian menunjukkan bahwa subjek dapat menyelesaikan masalah turunan dengan benar. Akan tetapi, subjek tidak dapat memberikan alasan penggunaan teorema matematika tentang turunan dan menghubungkan konsep turunan dengan limit dan laju perubahan. Sehingga, pemahaman subjek merupakan pemahaman instrumental.

**Kata kunci:** Pemahaman Instrumental, Pemahaman Relasional, Turunan.

### Pendahuluan

Pemahaman merupakan salah satu istilah yang umum digunakan dalam pendidikan matematika. Akan tetapi, definisi yang tepat tentang pemahaman masih menjadi objek penelitian selama bertahun-tahun (Meel, 2003). Meskipun belum ada definisi yang tepat tentang pemahaman, pemahaman bisa dikategorikan, dipartisi, dan dielaborasi menjadi komponen-komponen untuk membentuk pandangan yang lebih dalam tentang proses berpikir seseorang (Pirie, 1988).

Skemp (1978) menggolongkan pemahaman menjadi dua jenis, yaitu instrumental dan relasional. Pemahaman instrumental merupakan kemampuan menggunakan prosedur atau aturan matematis tanpa mengetahui alasannya. Sementara itu, pemahaman relasional merupakan kemampuan untuk menggunakan aturan matematis beserta alasan penggunaannya.

Tujuan dari pembelajaran matematika adalah siswa memahami konsep, preposisi, dan prosedur matematis yang diberikan (Simon, 2006, NCTM, 2000). Tentunya pemahaman yang dimaksudkan tidak hanya pemahaman tentang aturan atau prosedur matematis beserta cara menggunakannya, tetapi juga memahami alasan yang mendasari kebenaran aturan tersebut. Siswa diharapkan dapat memahami konsep, preposisi, dan prosedur matematis secara instrumental maupun relasional.

Pemahaman tentang turunan merupakan hal yang penting dimiliki oleh seluruh

mahasiswa pendidikan matematika. Materi turunan tersaji dalam matakuliah kalkulus yang bersifat wajib dalam kurikulum program sarjana pendidikan matematika. Selain itu, materi turunan juga merupakan materi yang nantinya akan mereka ajarkan pada siswa sekolah menengah ketika melanjutkan karier sebagai guru.

Dalam konsep turunan, mahasiswa dengan pemahaman instrumental dapat menentukan turunan suatu fungsi tanpa bisa menjelaskan alasannya. Sebagai contoh, mahasiswa menghafalkan bahwa untuk menentukan turunan fungsi dalam  $x$ , mereka mengalikan koefisien  $x$  dengan pangkat  $x$  kemudian mengalikannya dengan  $x$  dengan pangkat yang berkurang satu. Dengan kata lain, Untuk  $f(x) = ax^n$ ,  $f'(x) = anx^{n-1}$ . Mahasiswa juga dapat menggunakan 'aturan' tersebut dengan benar ketika diminta untuk menentukan turunan suatu fungsi. Akan tetapi, mereka tidak bisa menjelaskan alasan  $f'(x) = anx^{n-1}$  menjadi turunan fungsi  $f(x) = ax^n$ .

Sementara itu, terdapat tiga konsep penting yang terkait dengan pemahaman relasional pada turunan, yaitu laju perubahan, gradien garis singgung, dan limit. Pemahaman relasional meliputi kemampuan untuk menjelaskan hubungan tentang konsep turunan dengan ketiga konsep tersebut (Sahin, Yenmez, & Erbas, 2015). Mahasiswa dapat menjelaskan turunan, laju perubahan, gradien garis singgung, dan limit sebagai kesatuan yang saling berhubungan. Sebagai contoh, turunan fungsi di suatu titik dapat dijelaskan sebagai nilai limit dari laju perubahan rata-rata ketika mendekati suatu titik tertentu. Selain itu, turunan fungsi di satu titik juga dapat dijelaskan sebagai nilai gradien garis sekan pada fungsi ketika mendekati titik tersebut.

Berdasarkan uraian yang telah dipaparkan, untuk mengetahui pemahaman yang dimiliki mahasiswa tentang konsep turunan perlu dilakukan suatu penelitian. Penelitian ini dapat digunakan sebagai evaluasi pembelajaran kalkulus pada materi turunan. Selain itu, penelitian juga dapat digunakan untuk memeriksa kesiapan mahasiswa untuk mengajarkan materi turunan untuk siswa sekolah menengah atas.

## **METODE PENELITIAN**

Penelitian yang dilakukan adalah penelitian kualitatif dengan jenis penelitian studi kasus. Hal ini sejalan dengan yang disampaikan oleh Gay, dkk (2012), yaitu studi kasus cocok digunakan ketika peneliti ingin menjawab pertanyaan yang bersifat deskriptif atau pertanyaan yang bersifat menjelaskan. Subjek penelitian adalah dua mahasiswa semester kedua program studi sarjana pendidikan matematika Universitas Negeri Malang yang

telah mempelajari turunan dalam mata kuliah kalkulus. Kedua mahasiswa yang dipilih merupakan mahasiswa yang memiliki prestasi dan keaktifan yang cukup baik serta dapat mengkomunikasikan pendapat yang mereka miliki dengan baik berdasarkan penuturan dosen pengampu matakuliah kalkulus. Kedua subjek diminta untuk menyelesaikan tiga permasalahan tentang turunan dengan menggunakan *think aloud* secara individual. Permasalahan yang dimaksud adalah sebagai berikut.

*Jika jari-jari dari balon yang berbentuk bola adalah  $r$  cm, maka volumenya adalah  $\frac{4}{3}\pi r^3$ . (a) Seberapa cepat volume bertambah dalam  $\frac{cm^3}{cm}$  ketika jari-jari balon mencapai 4 cm? (b) Ketika jari-jari 4 cm, kira-kira seberapa banyak  $r$  meningkat jika volume dinaikkan sebanyak  $50 cm^3$ ? (c) Misalkan seseorang memompa air ke dalam balon dengan kecepatan  $10 \frac{cm^3}{detik}$ . Jika jari-jari 4 cm, berapa laju perubahan jari-jari tersebut meningkat dalam  $\frac{cm}{s}$ ?*

Selain menyuarakan pemikirannya, subjek juga memberikan jawaban tertulis. Selama proses *think aloud*, peneliti melakukan wawancara tidak terstruktur untuk menggali lebih dalam tentang pemikiran subjek. Sehingga, diperoleh data berupa jawaban tertulis serta rekaman hasil wawancara dan *think aloud*. Data yang didapatkan kemudian dianalisis secara kualitatif melalui proses transkripsi, reduksi, klasifikasi, interpretasi, dan penyajian data.

## Hasil Penelitian dan Pembahasan

### A. Hasil

#### Masalah Pertama

Untuk memperoleh gambaran tentang pemahaman yang dimiliki, pemaparan hasil akan dilakukan untuk masing-masing subjek penelitian di setiap poin permasalahan yang diberikan. Untuk selanjutnya subjek pertama dan subjek kedua akan disebut sebagai S1 dan S2.

Ketika penelitian dimulai, S1 membaca masalah satu kali. S1 kemudian menyebutkan bahwa masalah pertama dapat diselesaikan menggunakan turunan.

S1 : *Oh, ini pakai turunan, mbak. Kecepatan kan  $\frac{dV}{dt}$ .*

P (Peneliti) : *Kenapa kecepatan itu  $\frac{dV}{dt}$ ?*

S1 : *Iya, kan? Kecepatan itu kan turunan pertama. Kalau percepatan turunan kedua. Karena ini kecepatan volume bertambah, berarti yang diturunkan volume.*

P : *Kenapa harus diturunkan terhadap waktu?*

- S1 : *Kecepatan kan diturunkan terhadap waktu, mbak. (S1 berhenti dan menunjukkan raut wajah ragu-ragu. S1 kemudian membaca soal kembali) Oh, salah. Ini diturunkan terhadap r. Kan satuannya  $\frac{cm^3}{cm}$ . Jadi, mencari  $\frac{dV}{dr}$ .*
- P : *Berarti kecepatan tidak harus diturunkan terhadap waktu ya?*
- S1 : *Tidak, tergantung soalnya. Kalau pertambahan volume terhadap jari-jari berarti diturunkan terhadap jari-jari.*
- P : *Oh, seperti itu. Nah, sekarang, kembali lagi, kenapa kok kalau mau mencari kecepatan harus mencari turunan.*
- S1 : *Hmmm, ya soalnya kecepatan itu turunan pertama, mbak. Berarti ya mencari turunannya.*

Sampai akhir penyelesaian masalah pertama, S1 tidak dapat menjelaskan alasan kecepatan sebagai turunan pertama. Akan tetapi, S1 dapat menghasilkan jawaban yang benar untuk masalah tersebut.

Berdasarkan penggalan percakapan di atas, tampak bahwa S1 tidak dapat memberikan penjelasan secara matematis mengapa ia menggunakan turunan untuk menemukan laju perubahan volume. S1 hanya menghafalkan turunan pertama fungsi sebagai 'kecepatan' dan turunan kedua sebagai 'percepatan'

S2 memberikan respon yang tidak jauh berbeda dengan subjek pertama. Membaca masalah pertama, S2 langsung memutuskan untuk mencari nilai  $\frac{dV}{dr}$ . Sempat melakukan kesalahan penghitungan, S2 mengetahui kesalahannya dan menghasilkan jawaban yang benar.

- P : *Kenapa untuk menyelesaikan masalah pertama ini kamu menggunakan turunan?*
- S2 : *Iya, ini ditanya seberapa cepat volume bertambah, berarti kan kecepatan. Kecepatan itu turunan pertama. Karena satuannya  $\frac{cm^3}{cm}$ , jadinya dicari  $\frac{dV}{dr}$ .*
- P : *Memangnya definisinya turunan itu apa kok bisa jadi kecepatan?*
- S2 : *Hmm, gini, mbak. (menuliskan definisi turunan menggunakan limit dengan benar:  $f'(c) = \lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x) - f(c)}{x - c}$ ). Betul nggak? Ini definisi turunan fungsi f di titik c.*
- P : *Iya, betul. Hubungannya turunan dengan kecepatan?*
- S2 : *Ya kalau misalkan f fungsi jarak terhadap waktu. Berarti yang atas ( $f(x) - f(c)$ ), kan perubahan jarak, yang bawah perubahan waktu. Jarak bagi waktu kan jadinya kecepatan.*
- P : *Di soal kan pertanyaannya 'seberapa cepat volume bertambah ketika jari-jari balon 4 cm', tidak ada jarak sama waktu di situ, kenapa itu juga kecepatan?*
- S2 : *Hmmmm. (diam sekitar 1 menit) Gini, kecepatan kan nggak harus jarak mbak. Misalnya ini kecepatan perubahan volume terhadap jari-jari. Berarti kan nanti f nya fungsi volume dalam jari-jari, nanti diturunkan terhadap jari-jari.*

Penggalan percakapan di atas menunjukkan bahwa S2 menggunakan istilah kecepatan untuk mengganti laju perubahan. Meskipun menggunakan istilah yang

kurang tepat, S2 dapat menjelaskan bahwa konsep turunan berhubungan dengan konsep laju perubahan.

*Masalah Kedua*

S1 dan S2 merasa bahwa masalah kedua merupakan masalah yang sulit. Hal ini terbukti dari keputusan keduanya untuk menyelesaikan masalah tersebut paling akhir. S1 membaca masalah berulang-ulang. Sempat berpikir akan menggunakan turunan untuk menyelesaikan masalah yang diberikan, S1 mengurungkan niatnya. S1 mencari nilai lantas mencari volume bola ketika jari-jarinya empat dan mencari volume setelah terjadi pertambahan. Lantas, S1 mencari jari-jari bola setelah volume bertambah. Pengerjaan oleh S1 ditunjukkan oleh Gambar 1.

$$\frac{dV}{dr} = 4\pi r^2$$

$$V_4 = \frac{4}{3}\pi 4^3 = \frac{256}{3}\pi$$

$$V_5 = \frac{256}{3}\pi + 50$$

$$V_5 = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$\frac{256}{3}\pi + 50 = \frac{4}{3}\pi r^3 \times 3$$

$$256\pi + 150 = 4r^3$$

$$r^3 = \frac{256\pi + 150}{4}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{256\pi + 150}{4}}$$

GAMBAR 1. HASIL Pengerjaan S1 untuk masalah kedua

- P : Kenapa kamu tidak menggunakan turunan untuk menyelesaikan masalah yang kedua ini?
- S1 : Hmm, kenapa ya? Ini kan yang ditanyakan peningkatan, jadi harus tau mulanya berapa terus akhirnya berapa.
- P : Berarti dicari perubahannya kan ya? Sekarang coba ditulis definisinya turunan untuk  $V'(r)$
- S1 : Gini, mbak. (Menulis  $V'(r) = \lim_{x \rightarrow r} \frac{V(x) - V(r)}{x - r}$ ) Betul, kan?
- P : Nah, dari situ, bisa nggak kira-kira mencari perkiraan peningkatan jari-jari kalau yang diketahui peningkatan volumenya?
- S1 : Bisa ya mbak? Menurutku nggak bisa, sih. Jadi, ya, mungkin seperti ini jawabannya (Gambar 1).

Penggalan percakapan antara peneliti dan S1 diatas menunjukkan bahwa meskipun S1 mengetahui definisi turunan secara matematis menggunakan konsep limit, S1 tidak melihat hubungan laju perubahan, limit, dan turunan sebagai ide-ide yang saling berhubungan.

Sementara itu, S2 sama sekali tidak menganggap masalah kedua berhubungan dengan turunan. Hasil pengerjaan S2 untuk masalah kedua ditunjukkan oleh Gambar 2. S2 menjawab pertambahan jari-jari dengan cara mengurangkan jari-jari setelah volume bertambah dengan jari-jari sebelum volume bertambah.

Diket:  $r = 4 \text{ cm}$   
 $\Delta V = 50 \text{ cm}^3$   
 Ditanya:  $\Delta r$  ?  
 Jawab:  $V_{awal} = \frac{4}{3} \pi r^3$   
 $= \frac{4}{3} \pi 64$   
 $= \frac{256}{3} \pi$

$\Delta V = V_2 - V_1$   
 $50 = V_2 - \frac{256}{3} \pi$   
 $V_2 = 50 + \frac{256}{3} \pi$   
 $V_2 = \frac{4}{3} \pi r_2^3$   
 $50 + \frac{256}{3} \pi = \frac{4}{3} \pi r_2^3$

$\frac{150 + 256\pi}{4\pi} = r_2^3$   
 $r_2 = \sqrt[3]{\frac{150 + 256\pi}{4\pi}}$   
 $\Delta r = r_2 - r_1$   
 $= \left( \sqrt[3]{\frac{150 + 256\pi}{4\pi}} - 4 \right)$   
 cm

GAMBAR 1 HASIL Pengerjaan S2 untuk masalah kedua

- P : Masalah pertama dan ketiga kamu selesaikan menggunakan turunan kan. Kenapa yang kedua ini tidak?  
 S2 : Nah, ini saya bingung mbak. Kok sepertinya nggak nyambung sama turunan. Jadi ya saya pakai konsepnya pertambahan jari-jari, yaitu jari-jari akhir dikurangi jari-jari awal.  
 P : Jadi, soal ini tidak ada hubungannya dengan turunan ya? Padahal tadi waktu mengerjakan masalah pertama  $f'(c) = \lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x) - f(c)}{x - c}$ ,  $f(x) - f(c)$  menunjukkan perubahan volume dan  $x - c$  perubahan jari-jari.  
 S2 : Iya. Tapi... (berhenti sekitar 1 menit) ini ada limitnya. Jadi nggak bisa sepertinya.

#### Masalah Ketiga

Masalah ketiga melibatkan dalil rantai dalam pengerjaannya. S1 dan S2 dapat menyelesaikan masalah ketiga dengan benar. Keduanya dapat menjelaskan jenis masalah yang dapat diselesaikan menggunakan dalil rantai, berikut dengan cara menyelesaikannya. Kedua subjek menyebutkan bahwa dalil rantai merupakan teorema yang telah dibuktikan. Namun mereka tidak bisa menjelaskan pembuktiannya. Hal ini menunjukkan bahwa dalil rantai menjadi ‘aturan’ yang dihafalkan cara dan waktu penggunaannya tanpa dilandasi penalaran matematis yang kuat.

#### B. Pembahasan

Hasil pengerjaan S1 untuk masalah pertama menunjukkan bahwa pemahaman S1 merupakan pemahaman instrumental. S1 hanya menghafalkan turunan pertama fungsi sebagai ‘kecepatan’ dan turunan kedua sebagai ‘percepatan’. Kecepatan merupakan perubahan jarak tiap satuan waktu. Pemahaman inilah yang kemudian menyebabkan S1 cenderung menentukan turunan fungsi terhadap waktu, meskipun masalah yang disajikan sama sekali tidak berhubungan dengan jarak dan waktu.

Sementara itu, S2 menunjukkan gejala pemahaman relasional karena dapat menghubungkan turunan dengan laju perubahan. Namun, sama halnya dengan S1, S2 juga menggunakan istilah yang kurang tepat untuk mendeskripsikan laju perubahan sebagaimana diminta oleh soal. Penggunaan istilah yang kurang tepat inilah yang membuat peneliti merasa rancu dengan penjelasan S2.

Penggunaan istilah ‘kecepatan’ (*speed*) untuk menggantikan ‘laju perubahan’ (*rate of change*) menimbulkan kerancuan pada pemahaman subjek. Penggunaan istilah yang menyebabkan kerancuan menjadi perhatian khusus pada pembelajaran matematika (Sahin, Yenmez, & Erbas, 2015). Kerancuan terjadi karena kebiasaan penggunaan istilah yang salah ketika belajar di tingkat sekolah menengah atas. Selain itu, soal-soal turunan yang sering disajikan dalam masalah kecepatan dan percepatan menyebabkan adanya persepsi dalam diri siswa bahwa kecepatan identik dengan turunan pertama sedangkan percepatan identik dengan turunan kedua. Tentunya, hal ini dapat menjadi evaluasi dalam pembelajaran yang diberikan tentang turunan.

Pada masalah kedua, baik S1 maupun S2 tidak menemukan hubungan masalah tersebut dengan turunan. Keduanya memahami masalah kedua sebagai masalah aljabar biasa, sehingga keduanya mencoba menemukan nilai perkiraan perubahan jari-jari dengan mencari selisih jari-jari awal dan jari-jari akhir. S2 dapat menyelesaikan masalah tersebut sampai menemukan nilai perubahan jari-jari. Sedangkan S1 hanya memperoleh jari-jari bola setelah terjadi penambahan volume tanpa menemukan nilai perubahan jari-jari yang terjadi.

Meskipun pada masalah pertama, S2 dapat menjelaskan hubungan turunan dan laju perubahan. Namun, S2 kurang memahami limit sebagai pendekatan dari nilai fungsi pada masalah kedua. Hal ini ditunjukkan oleh penolakan S2 untuk menggunakan nilai turunan sebagai nilai hampiran dari laju perubahan. Ketika tidak bisa menjelaskan hubungan antara konsep turunan, limit, laju perubahan, dan gradien garis tangen, akan terjadi kompartemetalisasi ide-ide tersebut dan sulit untuk memahami konsep turunan secara relasional (Sahin, Yenmez, & Erbas, 2015). Sehingga, dapat disimpulkan bahwa pemahaman subjek, baik S1 maupun S2, merupakan pemahaman instrumental.

Masalah kedua tersebut dapat diselesaikan dengan mudah ketika subjek memahami bahwa perbandingan antara peningkatan volume dan peningkatan jari-jari menunjukkan laju perubahan volume rata-rata. Selain itu, nilai dari laju perubahan rata-

rata tersebut akan mendekati nilai laju perubahan sesaat yang merupakan nilai turunan fungsi volume pada suatu jari-jari tertentu sebagai berikut.

$$\begin{aligned}V'(4) &= \lim_{r \rightarrow 4} \frac{V(r) - V(4)}{r - 4} \\64\pi &\approx \frac{\Delta V}{\Delta r} = \frac{50}{\Delta r} \\ \Delta r &\approx \frac{50}{64\pi}\end{aligned}$$

Sebenarnya, tidak ada yang salah dengan cara pengerjaan yang dilakukan oleh S2. Hasil yang didapatkan merupakan nilai tepat dari pertambahan jari-jari yang terjadi. Nilai pertambahan jari-jari yang didapatkan memiliki selisih sekitar 0,014 dari hasil yang diperoleh peneliti melalui penggunaan turunan. Jika dikembalikan ke masalah yang diberikan, “ketika jari-jari 4 cm, kira-kira seberapa banyak  $r$  meningkat jika volume dinaikkan sebanyak  $50 \text{ cm}^3$ ?”, karena yang diminta hanya perkiraan perubahan jari-jari, maka hasil pendekatan melalui penggunaan konsep turunan dapat dilakukan. Ketika memahami konsep turunan secara relasional, tidak diperlukan penghitungan yang begitu rumit untuk mendapatkan perkiraan perubahan jari-jari.

Skemp (1978) menyebutkan bahwa dengan menggunakan pemahaman instrumental, seseorang dapat menyelesaikan masalah dengan benar dan cepat. Hasil penelitian menunjukkan bahwa pemahaman relasional pun dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah dengan mudah dan cepat, sebagaimana ditunjukkan oleh penyelesaian untuk masalah kedua.

Meskipun kedua subjek dapat menemukan selesaian dari masalah ketiga, mereka tidak berhasil menunjukkan alasan kebenaran penggunaan dalil rantai. Ketidamampuan kedua subjek untuk membuktikan dalil rantai yang mereka gunakan untuk menyelesaikan masalah ketiga menunjukkan bahwa pemahaman kedua subjek merupakan pemahaman instrumental.

Banyak mahasiswa yang mengetahui aturan atau prosedur matematis tanpa mengetahui alasannya. Hal ini kemungkinan terjadi karena guru lebih sering memberikan aturan matematis untuk dihafal. Pengajaran seperti itu banyak dipilih karena memiliki beberapa kelebihan. Pemahaman instrumental lebih mudah diaplikasikan dan dapat memberikan jawaban yang benar dengan lebih cepat. Hal ini terjadi karena pemahaman instrumental tidak melibatkan terlalu banyak pengetahuan yang saling berhubungan (Skemp, 1978). Akan tetapi, pengajaran secara instrumental

seperti ini dapat menghambat pertumbuhan matematis siswa karena mereka mendapatkan jawaban yang benar tanpa bisa menjelaskan prinsip matematis yang mendasari jawaban tersebut (Foster, 2014). Oleh karena itu, mahasiswa perlu untuk memiliki pemahaman relasional

## SIMPULAN DAN SARAN

Hasil penelitian menunjukkan bahwa pemahaman subjek tentang konsep turunan merupakan pemahaman instrumental. meskipun dapat menyelesaikan masalah turunan yang diberikan dengan benar, subjek belum dapat mendemonstrasikan kemampuan untuk menjelaskan hubungan konsep turunan, limit, dan laju perubahan sebagai ide-ide besar yang saling berhubungan. Subjek juga tidak mampu memberikan alasan matematis tentang penggunaan teorema yang ada pada turunan. Hasil penelitian yang didapatkan berbeda dengan hasil yang diperoleh oleh Bahar, Rahman, dan Minggu (2012). Meskipun memiliki prestasi yang baik dalam matakuliah kalkulus, pemahaman subjek tentang konsep turunan merupakan pemahaman instrumental.

Dalam penelitian juga ditemukan bahwa penggunaan istilah ‘kecepatan (*speed*)’ sebagai pengganti istilah ‘laju perubahan (*rate of changes*)’ menyebabkan kerancuan pada mahasiswa dalam memahami konsep turunan. Penggunaan istilah yang kurang tepat ini menjadi salah satu hal yang perlu diperbaiki dalam pembelajaran konsep turunan. Selain itu, pengajaran untuk materi turunan sebaiknya tidak membiasakan mahasiswa untuk sekedar menghafalkan aturan matematis. Mahasiswa juga harus memiliki kemampuan untuk memberikan alasan atas semua prosedur matematis yang dilakukan.

Karena penelitian hanya terbatas mengeksplorasi pemahaman konsep turunan melalui konsep limit dan laju perubahan, penelitian berikutnya diharapkan bisa memperoleh gambaran yang lebih lengkap dengan menambahkan konsep gradien garis singgung sebagai bagian integral dari pemahaman relasional tentang konsep turunan. Penelitian serupa juga bisa dilakukan untuk konsep matematika yang lainnya.

## Daftar Pustaka

- Bahar, E. E., Rahman, A., & Minggu, I. (2012). Analisis Pemahaman Mahasiswa terhadap Konsep Limit Fungsi di Satu Titik (Studi Kasus pada Mahasiswa Jurusan Matematika FMIPA UNM). *Jurnal Sainsmat I* (2), 181—190.
- Foster, C. (2014). ‘Can’t you just tell us the rule?’ Teaching procedures relationally. *Proceedings of the 8<sup>th</sup> British Congress of Mathematics Education*. 151—158.

- Gay, L., Mills, G., & Airasian, P. (2012). *Educational Research: Competencies for Analysis and Application 10th edition*. USA: Pearson Education, Inc.
- Meel, D. E. (2003). Models and Theories of Mathematical Understanding: Comparing Pirie and Kieren Models of the Growth of Mathematical Understanding and APOS Theory. *Research in Collegiate Mathematics Education V*, 132—181.
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. USA: NCTM.
- Pirie, S. (1988). Understanding: Instrumental, Relational, Intuitive, Constructed, Formalised...? How can We Know? *For The Learning of Mathematics*, 1—6.
- Sahin, Z., Yenmez, A., & Erbas, A. (2015). Relational Understanding of the Derivative Concept through Mathematical Modeling: A Case Study. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 11(1), 177—188.
- Simon, M. A. (2006). Key developmental understandings in mathematics: A direction for investigating and establishing learning goals. *Mathematical Thinking and Learning*, 8, 359—371.
- Skemp. (1978). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *The Arithmetic Teacher* 26(3), 9-15.