

PENGGUNAAN METODE NUMERIK BEDA-HINGGA UNTUK PENYELESAIAN PERSAMAAN MODEL SEBARAN PENCEMARAN UDARA (NO₂)

A.Jamaluddin¹, D.P. Sasongko², R. Gernowo², W. Sulistya³

¹ Program Studi Pendidikan Fisika, PMIPA, FKIP, Universitas Sebelas Maret Surakarta

² Fisika, Universitas Diponegoro, Semarang

³ Badan Meteorologi dan Geofisika, Semarang

Abstrak

Telah dilakukan penelitian penyusunan model prediksi pola dan distribusi sebaran NO₂ menggunakan model-K yang berbasis persamaan aliran difusi gas dengan penyelesaian menggunakan metode numerik beda-hingga. Pemrograman MATLAB versi 6.1 dipergunakan sebagai alat bantu untuk menyelesaikan perhitungan numerik. Ralat perbandingan hasil simulasi dan pengukuran di lapangan 6,73% di titik pantau I pada waktu angin bertiup dari Timur Laut dengan kecepatan dominan 3 m/dt, 350,39% di titik pantau I pada waktu angin bertiup dari Utara-Timur Laut dengan kecepatan dominan 1,5 m/dt dan 18,81% di titik pantau I pada waktu angin bertiup dari Utara-Barat Laut dengan kecepatan dominan 2 m/dt.

Kata Kunci : Metodes Numerik, Beda-Hingga, Difusi-Adveksi

I. Pendahuluan

Usaha pemantauan kualitas udara yang biasa dilakukan dengan metode pengukuran secara langsung pada beberapa titik pantau, akan diketahui pola sebaran pencemaran udara, hal tersebut tentunya memerlukan waktu dan biaya yang lebih besar. Metode lainnya yang dapat dipergunakan untuk mengetahui pola sebaran pencemaran udara adalah dengan membuat model matematika. Model-K yang didasarkan pada difusi molekuler (Baumbach, 1996). Konsentrasi cemar udara skala makroskopis baik dalam bentuk gas maupun cair akan terdistribusi sesuai perubahan waktu akibat proses gerak antar atom dan molekul, yang akan menyebabkan terjadinya proses difusi molekuler (Boeker, 1996).

Model penyelesaian matematika untuk kasus penyebaran cemar yang telah ada adalah model *gaussian plume*, yang mempergunakan metode analitik dengan berbasis pada difusi *gaussian* (Baumbach, 1996). Metode penyelesaian secara analitik, memiliki beberapa kelemahan bila dibandingkan dengan metode numerik. Menurut

Courant and Hilbert *at al* dalam T.Basaruddin (1991), umumnya penyelesaian analitik dipergunakan untuk suatu persamaan diferensial parsial linear yang sederhana dengan syarat awal dan syarat batas serta daerah definisi yang tertentu saja.

Metode numerik dengan beda-hingga memiliki beberapa keuntungan diantaranya menurut Akin (1994), metode beda-hingga dapat diterapkan untuk penyelesaian persamaan pada analisis tekanan, transfer panas, aliran potensial dan persamaan nonlinear *navier-stokes* pada dinamika fluida. Untuk menyederhanakan penyelesaian dengan metode beda hingga, maka dipergunakan metode matrik. Penggunaan metode matrik dalam komputasi dinamika aliran menurut Luo (2000), akan meningkatkan kecepatan iterasi.

Pada penelitian ini bertujuan untuk menyelesaikan persamaan sebaran pencemaran udara (NO₂), mempergunakan persamaan difusi model-K dengan penyelesaian numerik beda-hingga dan pemrograman MATLAB versi 6.1 dipergunakan untuk mensimulasikan kasus penyebaran cemar udara, proses perhitungan numerik.

II. Metode Penelitian

Proses pemodelan diawali dengan penentuan persamaan distribusi sebaran cemaran udara, dengan pendekatan persamaan model difusi-adveksi :

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\bar{v}\nabla C + K\nabla^2 C + R_i(c_1, c_2, \dots, c_n) + S_i(x, y, z, t) \quad (1)$$

dimana :

$-\bar{v}\nabla C$ = Suku adveksi

$K\nabla^2 C$ = Suku difusi

C = Konsentrasi cemaran (mgr/m^3)

K = Koefisien difusi cemaran (m^2/dt)

\bar{v} = Kecepatan angin (m/dt)

R = Laju reaksi kimia ($\text{mgr}/\text{m}^3 \text{dt}$)

S = Kekuatan emisi dari sumber ($\text{mgr}/\text{m}^3 \text{dt}$)

Penyelesaian persamaan model difusi-adveksi dilakukan dengan metode beda hingga yang menghasilkan solusi persamaan dengan syarat stabilitas numerik adalah :

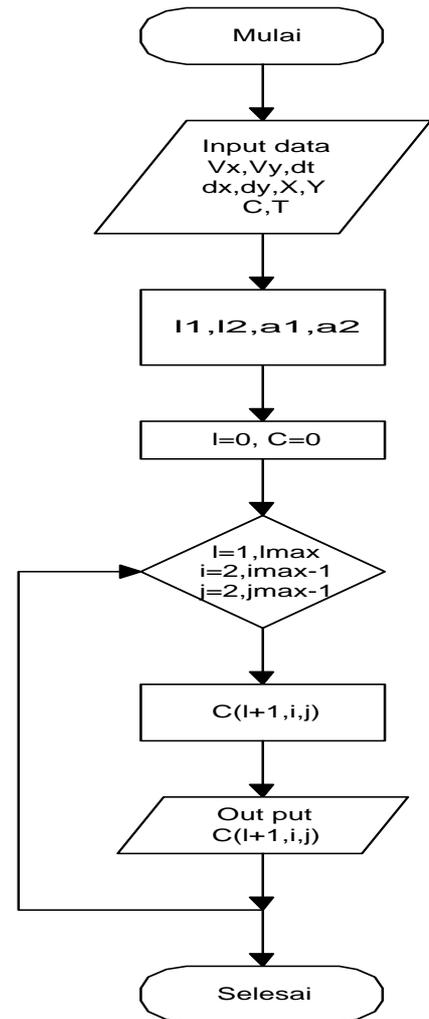
$$\begin{aligned} \lambda_x &\leq 1 & \alpha_x &\leq 1 \\ \lambda_y &\leq 1 & \alpha_y &\leq 1 \\ \lambda_x + \lambda_y + 2\alpha_x + 2\alpha_y &\leq 1 \end{aligned} \quad (2)$$

Solusi numerik untuk persamaan (1), adalah :

$$\begin{aligned} C_{i,j}^{t+\Delta t} &= (1 - |\lambda_x| - |\lambda_y|)C_{i,j}^t + \frac{1}{2}[(\lambda_x + |\lambda_x|)C_{i-1,j}^t + (\lambda_x - |\lambda_x|)C_{i+1,j}^t] \\ &+ \frac{1}{2}[(\lambda_y + |\lambda_y|)C_{i,j-1}^t + (\lambda_y - |\lambda_y|)C_{i,j+1}^t] \\ &+ \alpha_x [C_{i-1,j}^t - 2C_{i,j}^t + C_{i+1,j}^t] + \alpha_y [C_{i,j-1}^t - 2C_{i,j}^t + C_{i,j+1}^t] + S_{i,j}\Delta t \end{aligned} \quad (3)$$

Dengan mempertimbangkan syarat stabilitas numerik (persamaan 2), maka persamaan 3 dapat diselesaikan dengan bantuan pemrograman matlab 6.1

Alur kerja pemrograman dapat dilihat pada Gambar 1.



Gambar 1. Alur Kerja pemrograman

III. Hasil dan Pembahasan

Dengan menggunakan Model-K dan Metode Numerik Beda Hingga pola sebaran NO_2 dapat diprediksi, seperti terlihat pada Tabel 1.

Ralat perbandingan hasil simulasi dan pengukuran di lapangan 6,73% di titik pantau I pada waktu angin bertiup dari Timur Laut dengan kecepatan dominan 3 m/dt, 350,39% di titik pantau I pada waktu angin bertiup dari Utara Timur Laut dengan kecepatan dominan 1,5 m/dt dan 18,81% di titik pantau I pada waktu angin bertiup dari Utara, Barat Laut dengan kecepatan dominan 2 m/dt.

No	Kecepatan Angin dominan (m/dt)	Lokasi I ($\mu\text{gr}/\text{m}^3$)		Lokasi II ($\mu\text{gr}/\text{m}^3$)		Lokasi III ($\mu\text{gr}/\text{m}^3$)	
		Num	ap	um	ap	Num	ap
1.	$V_x = -2,1213$ $V_y = -2,1213$	19,82	1,25	9,82		$4,51 \cdot 10^{-15}$	
2.	$V_x = -0,5740$ $V_y = -1,3865$	$4,18 \cdot 10^{10}$		7,49	4,8	$8,49 \cdot 10^{-31}$	
3.	$V_x = 0,7654$ $V_y = -1,8478$	$3,26 \cdot 10^{-8}$		68,45		12,16	4

Num : Numerik
Lap : Lapangan

Tabel 1: Hasil Perhitungan Numerik dan lapangan

Perbedaan hasil simulasi dengan data lapangan dapat dipengaruhi oleh pengaruh meteorologi (arah dan kecepatan angin serta stabilitas udara), dan penentuan stabilitas numerik. Kecepatan angin akan menentukan besarnya konveksi paksaan yang timbul pada lapisan batas atmosfer akibat gesekan antar lapisan udara dan antara udara dengan permukaan tanah. Semakin tinggi kecepatan angin semakin besar terjadinya turbulensi.

Pada proses sebaran pencemaran udara, stabilitas atmosfer berpengaruh pada pola kepulan asap yang dikeluarkan oleh sumber bahan pencemar dan menentukan besarnya pengenceran bahan pencemar.

Pada penelitian ini, nilai konvergensi numerik ditentukan dengan pemilihan nilai λ_x , λ_y , Δt serta stabilitas numerik ditentukan dari komponen hasil penyelesaian numerik. Nilai stabilitas numerik yang dipergunakan adalah $\lambda_x = v_x \Delta t / \Delta x$, $\lambda_y = v_y \Delta t / \Delta y$, $\alpha_x = K \Delta t / \Delta x^2$, $\alpha_y = K \Delta t / \Delta y^2$, dengan syarat nilai $\lambda_x + \lambda_y + 2\alpha_x + 2\alpha_y \leq 1$. Jika $\lambda_x + \lambda_y + 2\alpha_x + 2\alpha_y \geq 1$ secara matematis diperoleh hasil perhitungan numerik konsentrasi (C) bahan pencemar NO_2 setelah $t=1$ akan lebih besar dari $t=t+1$ dan konsentrasi NO_2 disekitar sumber pencemaran akan lebih kecil dari konsentrasi NO_2 pada cerobong, sehingga hal tersebut harus dihindari, dengan cara memasukan syarat stabilitas numerik karena secara fisis dengan adanya pengaruh faktor meteorologi (angin dan

stabilitas) udara nilai NO_2 disekitar cerobong asap lebih kecil dari sumber di cerobong kecuali terdapat sumber bahan pencemar lainnya. Penentuan nilai λ_x , λ_y dan Δt yang kecil akan diperoleh nilai kekontinuan dari persamaan diferensial. Sehingga pada penelitian mempergunakan lebar grid $\lambda_x = \lambda_y = 20$ meter dan lebar $\Delta t = 0,5$ detik, jika nilai grid dibuat lebih kecil akan menyebabkan iterasi menjadi lebih lama.

IV. Kesimpulan

Ralat perbandingan hasil simulasi dan pengukuran di lapangan 6,73% di titik pantau I pada waktu angin bertiup dari Timur Laut dengan kecepatan dominan 3 m/dt, 350,39% di titik pantau I pada waktu angin bertiup dari Utara-Timur Laut dengan kecepatan dominan 1,5 m/dt dan 18,81% di titik pantau I pada waktu angin bertiup dari Utara-Barat Laut dengan kecepatan dominan 2 m/dt. Perbedaan hasil simulasi dengan data lapangan dapat dipengaruhi oleh pengaruh meteorologi (arah dan kecepatan angin serta stabilitas udara), dan penentuan stabilitas numeric.

V. Daftar Pustaka

- Akin, 1994, " *Finite Element for Analysis and Design* ", London : Hourcot Brace and Company publisher
- Baumbach Gunter, 1996, " *Air Quality Control* ", Berlin Heidelberg : Springer-Verlag
- Boeker Egbert, 1994, " *Environmental Physics* ", New York : John Wiley and Sons
- Luo Hong, Baum D. Joseph, 2000, " *An accurate, fast matrix-free implicit method for computing unsteady flow on unstructured grid* ", Mc Lean USA, Science Applications International Corporation, Applied Physics Operation, Computer and Fluids
- T. Basaruddin, 1991, " *Metode Beda-Hingga untuk Persamaan Defferensial Prabolik* ", Jakarta: Prosiding Komputasi dalam Sains dan Teknologi Nuklir, Pusat Kajian dan Teknologi Nuklir BATAN

